

Московский автомобильно-дорожный институт
(Государственный технический университет)
Кафедра высшей математики

Расчетно-графическая работа 4.1
по высшей математике

для студентов 2-го курса
(2-й семестр)

Теория вероятностей и
математическая статистика

Издание второе

Москва
2010

Составители:

Воробьева М.А., Голдина В.Н., Давыдов Е.Г., Деза Н.В., Киреева С.В.

Требования к выполнению и оформлению расчёто-графических работ

При выполнении РГР необходимо придерживаться указанных ниже правил. Если будет установлено, что работы выполнены без соблюдения этих правил, то они не будут засчитаны.

1. Каждая работа должна быть выполнена в отдельной тетради в клетку чернилами любого цвета, кроме красного. Необходимо оставлять поля шириной 3–4 см для замечаний рецензента.

2. В заголовке работы на обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия студента, его инициалы, номер РГР, номер варианта, название дисциплины, номер учебной группы. В конце работы следует проставить дату её выполнения и расписаться.

3. Решения задач должны быть представлены в том же порядке, как они указаны в брошюре РГР.

4. Расчёто-графические работы, содержащие задачи не своего варианта, возвращаются студентам для выполнения своих заданий.

5. Перед решением каждой задачи студент обязан указать номер задачи и полностью выписать её условия. Решения задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые чертежи.

6. Чертежи и графики должны быть выполнены аккуратно и чётко с указанием единиц масштаба, координатных осей и других элементов чертежа.

7. В случае незачёта студент обязан в кратчайший срок выполнить все требования рецензента и представить работу на повторное рецензирование, приложив при этом первоначально выполненную работу.

8. После рецензирования студенты защищают расчёто-графические работы и представляют их на экзамене.

Расчетно-графическая работа N 4.1

1. Бросаются три игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма числа очков не меньше N , но не превосходит M .

- | | | |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 1. $N = 4, M = 5.$ | 2. $N = 4, M = 6.$ | 3. $N = 3, M = 5.$ |
| 4. $N = 7, M = 8.$ | 5. $N = 3, M = 6.$ | 6. $N = 5, M = 6.$ |
| 7. $N = 5, M = 7.$ | 8. $N = 6, M = 8.$ | 9. $N = 9, M = 10.$ |
| 10. $N = 8, M = 9.$ | 11. $N = 7, M = 9.$ | 12. $N = 12, M = 13.$ |
| 13. $N = 16, M = 17.$ | 14. $N = 15, M = 17.$ | 15. $N = 14, M = 15.$ |
| 16. $N = 15, M = 16.$ | 17. $N = 13, M = 14.$ | 18. $N = 3, M = 7.$ |
| 19. $N = 10, M = 11.$ | 20. $N = 11, M = 12.$ | 21. $N = 4, M = 7.$ |
| 22. $N = 5, M = 8.$ | 23. $N = 16, M = 18.$ | 24. $N = 15, M = 18.$ |
| 25. $N = 17, M = 18.$ | 26. $N = 6, M = 7.$ | 27. $N = 13, M = 15.$ |
| 28. $N = 14, M = 18.$ | 29. $N = 14, M = 16.$ | 30. $N = 14, M = 17.$ |

2. Среди n билетов k – выигрышных. Найдите вероятность того, что среди m билетов l выигрышных.

- | | |
|------------------------------------|------------------------------------|
| 1. $n = 9; k = 4; m = 4; l = 3.$ | 2. $n = 9; k = 3; m = 6; l = 2.$ |
| 3. $n = 9; k = 5; m = 5; l = 4.$ | 4. $n = 9; k = 4; m = 5; l = 3.$ |
| 5. $n = 9; k = 6; m = 3; l = 2.$ | 6. $n = 10; k = 6; m = 4; l = 2.$ |
| 7. $n = 10; k = 6; m = 3; l = 2.$ | 8. $n = 10; k = 7; m = 5; l = 3.$ |
| 9. $n = 10; k = 6; m = 5; l = 3.$ | 10. $n = 11; k = 7; m = 5; l = 2.$ |
| 11. $n = 11; k = 8; m = 4; l = 3.$ | 12. $n = 11; k = 7; m = 5; l = 3.$ |
| 13. $n = 12; k = 5; m = 8; l = 3.$ | 14. $n = 12; k = 3; m = 8; l = 2.$ |
| 15. $n = 12; k = 4; m = 5; l = 2.$ | 16. $n = 13; k = 6; m = 4; l = 2.$ |
| 17. $n = 9; k = 6; m = 5; l = 3.$ | 18. $n = 13; k = 7; m = 3; l = 2.$ |
| 19. $n = 13; k = 5; m = 4; l = 2.$ | 20. $n = 13; k = 4; m = 5; l = 2.$ |
| 21. $n = 14; k = 5; m = 4; l = 3.$ | 22. $n = 14; k = 5; m = 6; l = 4.$ |
| 23. $n = 14; k = 7; m = 7; l = 5.$ | 24. $n = 14; k = 7; m = 6; l = 4.$ |
| 25. $n = 15; k = 6; m = 8; l = 4.$ | 26. $n = 15; k = 4; m = 3; l = 2.$ |
| 27. $n = 15; k = 5; m = 3; l = 2.$ | 28. $n = 16; k = 3; m = 4; l = 2.$ |
| 29. $n = 16; k = 4; m = 3; l = 2.$ | 30. $n = 16; k = 5; m = 3; l = 2.$ |

3. Два студента условились встретиться в определенном месте между m и $m + a$ часами одного и того же дня. Пришедший первым ждет второго b минут, после чего уходит. Найдите вероятность того, что встреча состоится, если каждый студент наудачу выбирает момент своего прихода (в промежутке от m до $m + a$ часов).

- | | |
|--------------------------------|--------------------------------|
| 1. $m = 10; a = 1; b = 25.$ | 2. $m = 10; a = 2; b = 20.$ |
| 3. $m = 9; a = 1; b = 15.$ | 4. $m = 9; a = 0,5; b = 10.$ |
| 5. $m = 11; a = 2; b = 25.$ | 6. $m = 11; a = 1; b = 20.$ |
| 7. $m = 12; a = 0,75; b = 10.$ | 8. $m = 12; a = 0,75; b = 15.$ |
| 9. $m = 13; a = 1; b = 12.$ | 10. $m = 13; a = 1,5; b = 20.$ |
| 11. $m = 14; a = 1,5; b = 30.$ | 12. $m = 14; a = 1,2; b = 15.$ |
| 13. $m = 15; a = 1; b = 18.$ | 14. $m = 15; a = 2; b = 30.$ |
| 15. $m = 17; a = 0,5; b = 5.$ | 16. $m = 17; a = 1; b = 30.$ |
| 17. $m = 16; a = 0,5; b = 20.$ | 18. $m = 16; a = 1,5; b = 25.$ |
| 19. $m = 9; a = 1; b = 10.$ | 20. $m = 9; a = 2,5; b = 30.$ |
| 21. $m = 10; a = 1,5; b = 10.$ | 22. $m = 10; a = 1; b = 35.$ |

23. $m = 11$; $a = 1/3$; $b = 5$. 24. $m = 11$; $a = 2/3$; $b = 5$.
 25. $m = 12$; $a = 5/6$; $b = 20$. 26. $m = 12$; $a = 0, 5$; $b = 15$.
 27. $m = 13$; $a = 1/3$; $b = 10$. 28. $m = 13$; $a = 1$; $b = 40$.
 29. $m = 14$; $a = 2/3$; $b = 15$. 30. $m = 14$; $a = 5/6$; $b = 10$.

4. Наугад взяты два положительных числа, каждое из которых не больше m . Какова вероятность того, что их сумма не превзойдет m , а произведение будет не больше s (варианты 1-15), не меньше s (варианты 16-30).

1. $m = 1$; $s = \frac{2}{9}$. 2. $m = 2$; $s = \frac{3}{4}$. 3. $m = 2$; $s = \frac{16}{25}$.
 4. $m = 3$; $s = \frac{90}{49}$. 5. $m = 3$; $s = \frac{14}{9}$. 6. $m = 1$; $s = \frac{30}{289}$.
 7. $m = 4$; $s = \frac{7}{4}$. 8. $m = 2$; $s = \frac{21}{25}$. 9. $m = 4$; $s = \frac{39}{16}$.
 10. $m = 4$; $s = \frac{20}{9}$. 11. $m = 3$; $s = \frac{54}{49}$. 12. $m = 2$; $s = \frac{33}{49}$.
 13. $m = 2$; $s = \frac{39}{64}$. 14. $m = 2$; $s = \frac{55}{64}$. 15. $m = 2$; $s = \frac{65}{81}$.
 16. $m = 1$; $s = \frac{2}{9}$. 17. $m = 2$; $s = \frac{3}{4}$. 18. $m = 2$; $s = \frac{16}{25}$.
 19. $m = 3$; $s = \frac{90}{49}$. 20. $m = 3$; $s = \frac{14}{9}$. 21. $m = 1$; $s = \frac{30}{289}$.
 22. $m = 4$; $s = \frac{7}{4}$. 23. $m = 2$; $s = \frac{21}{25}$. 24. $m = 4$; $s = \frac{39}{16}$.
 25. $m = 4$; $s = \frac{20}{9}$. 26. $m = 3$; $s = \frac{54}{49}$. 27. $m = 2$; $s = \frac{33}{49}$.
 28. $m = 2$; $s = \frac{39}{64}$. 29. $m = 4$; $s = \frac{55}{16}$. 30. $m = 2$; $s = \frac{65}{81}$.

5. Физическая система, состоящая из определенным образом соединенных элементов (деталей, узлов), работает в течение фиксированного интервала времени. При параллельном соединении отказ системы происходит лишь при отказе всех элементов, а при последовательном - при отказе хотя бы одного элемента. Предполагая, что отказы элементов являются независимыми в совокупности событиями, вычислите вероятность безотказной работы системы, изображенной на рис.18. Соответствующие вероятности p_i ($i = 1, \dots, 9$) безотказной работы отдельных элементов даны в таблице. Участок цепи, где $p_i = 0$, считать разорванным.

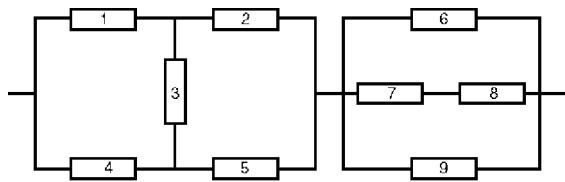


Рис. 18.

N вар.	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7	p_8	p_9
1.	0.65	0.65	0	0.7	0.5	0	0.8	0.9	0.4
2.	0.41	0	0.38	0.84	0.49	0.39	0.62	0.72	0
3.	0	0.51	0.9	0.82	0	0.7	0.5	0.85	0.83
4.	0.62	0.73	0.51	0	0.48	0.58	0.44	0.55	0.74
5.	0.91	0.8	0.7	0.65	0	0.7	0.6	0.81	0
6.	0.65	0.55	0.71	0	0.83	0.71	0.79	0.5	0.69
7.	0.91	0.78	0	0.83	0.68	0.82	0.71	0.59	0
8.	0.96	0	0.84	0.78	0.59	0	0.63	0.77	0
9.	0	0.49	0.94	0.59	0.71	0.78	0.5	0.87	0.56
10.	0.54	0.65	0	0.76	0.87	0.87	0.41	0.78	0.65
11.	0.94	0	0.72	0.65	0.67	0.72	0.78	0.5	0.63
12.	0.95	0.86	0.73	0	0.59	0.85	0.65	0.82	0.78
13.	0.93	0.67	0.79	0.91	0	0.8	0.68	0.75	0.76
14.	0.84	0.59	0	0.95	0.63	0.94	0.72	0.8	0.82
15.	0.85	0.74	0.84	0	0.74	0.97	0.75	0.91	0.87
16.	0.87	0	0.86	0.94	0.44	0.81	0.84	0.83	0.85
17.	0.	0.57	0.59	0.53	0.95	0.91	0.81	0.48	0.92
18.	0.85	0.6	0	0.63	0.93	0.73	0.85	0.57	0.74
19.	0.87	0	0.58	0.75	0.91	0.62	0.89	0.5	0.83
20.	0.78	0.63	0.72	0	0.79	0.59	0.92	0.66	0
21.	0.7	0.69	0.68	0.85	0	0.55	0.94	0.5	0.75
22.	0.55	0	0.76	0.95	0.81	0.7	0.72	0.69	0.67
23.	0.58	0.66	0	0.9	0.83	0.48	0.6	0.72	0.59
24.	0	0.72	0.79	0.85	0.85	0.48	0.75	0.5	0.48
25.	0.64	0.78	0.81	0	0.87	0.5	0.8	0.84	0.57
26.	0	0.69	0.87	0.83	0.89	0.53	0.6	0.95	0.49
27.	0.65	0	0.83	0.8	0.9	0.55	0.84	0.5	0.93
28.	0.77	0.71	0.91	0	0.63	0.62	0.86	0.75	0.44
29.	0.78	0.75	0	0.79	0.78	0.4	0.78	0.77	0.85
30.	0.8	0.69	0.95	0.78	0	0.68	0.6	0.84	0.9

6. В лотерее разыгрываются N билетов, из них M – выигрышных. Какова вероятность выигрыша хотя бы по одному билету из k купленных (варианты 1-5)?

1. $N = 1000; M = 50; k = 2.$
2. $N = 1100; M = 45; k = 3.$
3. $N = 2000; M = 75; k = 4.$
4. $N = 1500; M = 100; k = 3.$
5. $N = 1400; M = 70; k = 5.$

Определите вероятность отказа технической системы, состоящей из последовательно соединенных узлов, работающих независимо друг от друга, если вероятности безотказной работы этих узлов равны p_1, p_2, \dots, p_N (варианты 6-10).

6. $N = 4; p_1 = 0,95; p_2 = 0,9; p_3 = 0,96; p_4 = 0,93.$
7. $N = 5; p_1 = 0,9; p_2 = 0,92; p_3 = 0,95; p_4 = 0,97; p_5 = 0,93.$
8. $N = 3; p_1 = 0,85; p_2 = 0,9; p_3 = 0,95.$
9. $N = 6; p_1 = 0,98; p_2 = 0,95; p_3 = 0,97; p_4 = 0,96; p_5 = 0,99; p_6 = 0,93.$
10. $N = 4; p_1 = 0,97; p_2 = 0,99; p_3 = 0,94; p_4 = 0,95.$

Независимо друг от друга N исследователей проводят измерения некоторой физической величины. Вероятности ошибочного считывания с приборов для исследователей

равны p_1, p_2, \dots, p_N . Найдите вероятность того, что при однократном измерении хотя бы один из исследователей допустит ошибку (варианты 11-15).

11. $N = 4; p_1 = 0, 2; p_2 = 0, 15; p_3 = 0, 1; p_4 = 0, 08.$
12. $N = 5; p_1 = 0, 09; p_2 = 0, 1; p_3 = 0, 04; p_4 = 0, 05; p_5 = 0, 07.$
13. $N = 3; p_1 = 0, 1; p_2 = 0, 15; p_3 = 0, 2.$
14. $N = 6; p_1 = 0, 08; p_2 = 0, 09; p_3 = 0, 07; p_4 = 0, 07; p_5 = 0, 06; p_6 = 0, 05.$
15. $N = 4; p_1 = 0, 02; p_2 = 0, 04; p_3 = 0, 06; p_4 = 0, 08.$

Найдите вероятность появления хотя бы одного герба при N подбрасываниях монеты (варианты 16-20).

16. $N = 3.$
17. $N = 4.$
18. $N = 5.$
19. $N = 6.$
20. $N = 7.$

На автобазе имеется N исправных и M неисправных машин. Случайным образом выбраны k машин. Найдите вероятность того, что среди отобранных машин хотя бы одна неисправна (варианты 21-25).

21. $N = 7; M = 3; k = 3.$
22. $N = 8; M = 4; k = 3.$
23. $N = 6; M = 2; k = 4.$
24. $N = 10; M = 2; k = 3.$
25. $N = 9; M = 3; k = 4.$

В автопарке – N автомобилей, из которых M прошли капитальный ремонт. Найдите вероятность того, что из k машин, вышедших на линию, хотя бы одна еще не была в капитальном ремонте (варианты 26-30).

26. $N = 30; M = 10; k = 4.$
27. $N = 25; M = 5; k = 3.$
28. $N = 40; M = 12; k = 5.$
29. $N = 35; M = 10; k = 3.$
30. $N = 20; M = 10; k = 3.$

7. В двух урнах соответственно m_1 белых, n_1 черных и m_2 белых, n_2 черных шаров. Из второй урны перекладывают в первую k шаров, после чего из первой урны берут q шаров. Какова вероятность того, что эти последние шары – белые (варианты 1-15), черные (варианты 16-30).

1. $m_1 = 3, n_1 = 7; m_2 = 4, n_2 = 6; k = 2, q = 2.$
2. $m_1 = 4, n_1 = 6; m_2 = 3, n_2 = 7; k = 2, q = 2.$
3. $m_1 = 3, n_1 = 7; m_2 = 4, n_2 = 6; k = 3, q = 2.$
4. $m_1 = 4, n_1 = 6; m_2 = 3, n_2 = 7; k = 3, q = 2.$
5. $m_1 = 5, n_1 = 7; m_2 = 4, n_2 = 8; k = 2, q = 2.$
6. $m_1 = 4, n_1 = 8; m_2 = 5, n_2 = 7; k = 2, q = 2.$
7. $m_1 = 5, n_1 = 7; m_2 = 4, n_2 = 8; k = 3, q = 2.$
8. $m_1 = 4, n_1 = 8; m_2 = 5, n_2 = 7; k = 3, q = 2.$
9. $m_1 = 4, n_1 = 5; m_2 = 3, n_2 = 6; k = 2, q = 2.$
10. $m_1 = 3, n_1 = 6; m_2 = 4, n_2 = 5; k = 2, q = 2.$
11. $m_1 = 4, n_1 = 5; m_2 = 3, n_2 = 6; k = 3, q = 2.$
12. $m_1 = 3, n_1 = 6; m_2 = 4, n_2 = 5; k = 3, q = 2.$
13. $m_1 = 5, n_1 = 5; m_2 = 6, n_2 = 4; k = 2, q = 2.$
14. $m_1 = 5, n_1 = 5; m_2 = 6, n_2 = 4; k = 3, q = 2.$
15. $m_1 = 6, n_1 = 4; m_2 = 5, n_2 = 5; k = 2, q = 2.$
16. $m_1 = 6, n_1 = 4; m_2 = 5, n_2 = 5; k = 3, q = 2.$
17. $m_1 = 6, n_1 = 6; m_2 = 3, n_2 = 9; k = 2, q = 2.$
18. $m_1 = 6, n_1 = 6; m_2 = 3, n_2 = 9; k = 3, q = 2.$
19. $m_1 = 3, n_1 = 9; m_2 = 6, n_2 = 6; k = 2, q = 2.$
20. $m_1 = 3, n_1 = 9; m_2 = 6, n_2 = 6; k = 3, q = 2.$

21. $m_1 = 5, n_1 = 4; m_2 = 6, n_2 = 3; k = 2, q = 2.$
 22. $m_1 = 5, n_1 = 4; m_2 = 6, n_2 = 3; k = 3, q = 2.$
 23. $m_1 = 6, n_1 = 3; m_2 = 5, n_2 = 4; k = 2, q = 2.$
 24. $m_1 = 6, n_1 = 3; m_2 = 5, n_2 = 4; k = 3, q = 2.$
 25. $m_1 = 6, n_1 = 8; m_2 = 7, n_2 = 7; k = 2, q = 2.$
 26. $m_1 = 6, n_1 = 8; m_2 = 7, n_2 = 7; k = 3, q = 2.$
 27. $m_1 = 7, n_1 = 7; m_2 = 6, n_2 = 8; k = 2, q = 2.$
 28. $m_1 = 7, n_1 = 7; m_2 = 6, n_2 = 8; k = 3, q = 2.$
 29. $m_1 = 6, n_1 = 8; m_2 = 8, n_2 = 6; k = 2, q = 2.$
 30. $m_1 = 6, n_1 = 8; m_2 = 8, n_2 = 6; k = 3, q = 2.$

8. Число отечественных автомобилей превышает число иномарок в N раз. Отечественная машина ломается в среднем в M раз чаще иномарки. В автосервисе появилась сломанная машина. Найдите вероятность того, что сломанная машина оказалась отечественной (варианты 1-15), иномаркой (варианты 16-30).

- | | | |
|---------------------------|---------------------------|---------------------------|
| 1. $N = 1, 5; M = 3.$ | 2. $N = 4; M = 2.$ | 3. $N = 2, 3; M = 4.$ |
| 4. $N = 2, 7; M = 3.$ | 5. $N = 3; M = 6.$ | 6. $N = 5; M = 3.$ |
| 7. $N = 3, 4; M = 2, 7.$ | 8. $N = 3, 6; M = 2, 8.$ | 9. $N = 1, 9; M = 3.$ |
| 10. $N = 3, 8; M = 2, 9.$ | 11. $N = 1, 7; M = 2, 9.$ | 12. $N = 1, 2; M = 1, 3.$ |
| 13. $N = 1, 6; M = 1, 7.$ | 14. $N = 1, 5; M = 2, 7.$ | 15. $N = 1, 4; M = 2, 5.$ |
| 16. $N = 1, 5; M = 1, 6.$ | 17. $N = 1, 3; M = 2, 4.$ | 18. $N = 3; M = 2, 7.$ |
| 19. $N = 3, 2; M = 2, 1.$ | 20. $N = 3, 1; M = 1, 9.$ | 21. $N = 4; M = 1, 7.$ |
| 22. $N = 5; M = 1, 8.$ | 23. $N = 6; M = 2, 8.$ | 24. $N = 1, 5; M = 1, 8.$ |
| 25. $N = 1, 7; M = 2, 8.$ | 26. $N = 2, 6; M = 3, 7.$ | 27. $N = 1, 3; M = 2, 9.$ |
| 28. $N = 4; M = 3, 8.$ | 29. $N = 1, 6; M = 2, 6.$ | 30. $N = 1, 9; M = 1, 7.$ |

9. Вероятность изготовления стандартной детали равна p . Найдите

1) вероятность того, что среди отобранных n деталей число стандартных деталей больше k_1 , но не больше k_2 ;

2) наивероятнейшее число появлений стандартной детали из n отобранных и вероятность этого числа.

- | | |
|---|---|
| 1. $n = 7; p = 0, 3; k_1 = 3; k_2 = 6.$ | 2. $n = 9; p = 0, 8; k_1 = 4; k_2 = 7.$ |
| 3. $n = 8; p = 0, 4; k_1 = 1; k_2 = 4.$ | 4. $n = 6; p = 0, 6; k_1 = 2; k_2 = 5.$ |
| 5. $n = 7; p = 0, 7; k_1 = 3; k_2 = 6.$ | 6. $n = 9; p = 0, 9; k_1 = 5; k_2 = 8.$ |
| 7. $n = 8; p = 0, 5; k_1 = 2; k_2 = 5.$ | 8. $n = 6; p = 0, 8; k_1 = 3; k_2 = 6.$ |
| 9. $n = 7; p = 0, 65; k_1 = 1; k_2 = 4.$ | 10. $n = 9; p = 0, 85; k_1 = 6; k_2 = 9.$ |
| 11. $n = 8; p = 0, 4; k_1 = 2; k_2 = 8.$ | 12. $n = 6; p = 0, 55; k_1 = 3; k_2 = 6.$ |
| 13. $n = 9; p = 0, 45; k_1 = 2; k_2 = 9.$ | 14. $n = 8; p = 0, 75; k_1 = 4; k_2 = 7.$ |
| 15. $n = 7; p = 0, 6; k_1 = 1; k_2 = 4.$ | 16. $n = 9; p = 0, 55; k_1 = 3; k_2 = 6.$ |
| 17. $n = 8; p = 0, 8; k_1 = 5; k_2 = 8.$ | 18. $n = 7; p = 0, 55; k_1 = 4; k_2 = 7.$ |
| 19. $n = 6; p = 0, 65; k_1 = 1; k_2 = 4.$ | 20. $n = 9; p = 0, 75; k_1 = 6; k_2 = 9.$ |
| 21. $n = 7; p = 0, 85; k_1 = 3; k_2 = 6.$ | 22. $n = 8; p = 0, 65; k_1 = 4; k_2 = 7.$ |
| 23. $n = 6; p = 0, 9; k_1 = 2; k_2 = 5.$ | 24. $n = 7; p = 0, 75; k_1 = 2; k_2 = 5.$ |
| 25. $n = 9; p = 0, 65; k_1 = 3; k_2 = 6.$ | 26. $n = 8; p = 0, 45; k_1 = 1; k_2 = 4.$ |
| 27. $n = 6; p = 0, 85; k_1 = 2; k_2 = 5.$ | 28. $n = 9; p = 0, 65; k_1 = 5; k_2 = 8.$ |
| 29. $n = 8; p = 0, 95; k_1 = 4; k_2 = 7.$ | 30. $n = 5; p = 0, 7; k_1 = 2; k_2 = 5.$ |

10. Вероятность "сбоя" при телефонном вызове равна p . Найдите вероятность того, что при $n = 100 \cdot N$ вызовах будет не меньше k_1 и не больше k_2 сбоев.

- | | |
|---|---|
| 1. $p = 0,02; k_1 = 1; k_2 = 3; N = 1.$ | 2. $p = 0,03; k_1 = 2; k_2 = 4; N = 2.$ |
| 3. $p = 0,01; k_1 = 3; k_2 = 5; N = 3.$ | 4. $p = 0,02; k_1 = 4; k_2 = 6; N = 4.$ |
| 5. $p = 0,006; k_1 = 1; k_2 = 4; N = 5.$ | 6. $p = 0,007; k_1 = 2; k_2 = 5; N = 6.$ |
| 7. $p = 0,008; k_1 = 3; k_2 = 6; N = 7.$ | 8. $p = 0,009; k_1 = 5; k_2 = 7; N = 8.$ |
| 9. $p = 0,011; k_1 = 9; k_2 = 11; N = 9.$ | 10. $p = 0,001; k_1 = 2; k_2 = 4; N = 10.$ |
| 11. $p = 0,002; k_1 = 3; k_2 = 5; N = 11.$ | 12. $p = 0,003; k_1 = 4; k_2 = 6; N = 12.$ |
| 13. $p = 0,004; k_1 = 5; k_2 = 7; N = 13.$ | 14. $p = 0,005; k_1 = 7; k_2 = 9; N = 14.$ |
| 15. $p = 0,006; k_1 = 9; k_2 = 11; N = 15.$ | 16. $p = 0,0007; k_1 = 0; k_2 = 3; N = 16.$ |
| 17. $p = 0,0008; k_1 = 1; k_2 = 3; N = 17.$ | 18. $p = 0,0009; k_1 = 2; k_2 = 4; N = 18.$ |
| 19. $p = 0,0008; k_1 = 1; k_2 = 4; N = 19.$ | 20. $p = 0,0001; k_1 = 0; k_2 = 2; N = 20.$ |
| 21. $p = 0,002; k_1 = 2; k_2 = 4; N = 21.$ | 22. $p = 0,0009; k_1 = 1; k_2 = 4; N = 22.$ |
| 23. $p = 0,0008; k_1 = 2; k_2 = 5; N = 23.$ | 24. $p = 0,0007; k_1 = 3; k_2 = 5; N = 24.$ |
| 25. $p = 0,0006; k_1 = 1; k_2 = 4; N = 25.$ | 26. $p = 0,0005; k_1 = 2; k_2 = 4; N = 26.$ |
| 27. $p = 0,0004; k_1 = 2; k_2 = 5; N = 27.$ | 28. $p = 0,0003; k_1 = 1; k_2 = 3; N = 28.$ |
| 29. $p = 0,0002; k_1 = 1; k_2 = 3; N = 29.$ | 30. $p = 0,001; k_1 = 2; k_2 = 5; N = 30.$ |

11. В течение часа на станцию техобслуживания поступает в среднем λ_1 заявок на ремонт топливной системы двигателя и λ_2 заявок на ремонт двигателя. Найдите вероятность того, что в течение t часов придет k_1 заявок на ремонт топливной системы или k_2 заявок на ремонт двигателя (потоки заявок считать простейшими).

1. $\lambda_1 = 1,6; \lambda_2 = 1,3; t = 2; k_1 = 3; k_2 = 2.$
2. $\lambda_1 = 1,7; \lambda_2 = 1,2; t = 3; k_1 = 5; k_2 = 3.$
3. $\lambda_1 = 1,8; \lambda_2 = 1,5; t = 4; k_1 = 6; k_2 = 4.$
4. $\lambda_1 = 1,9; \lambda_2 = 1,4; t = 2; k_1 = 4; k_2 = 1.$
5. $\lambda_1 = 1,5; \lambda_2 = 1,1; t = 3; k_1 = 7; k_2 = 2.$
6. $\lambda_1 = 1,6; \lambda_2 = 1,2; t = 2; k_1 = 4; k_2 = 2.$
7. $\lambda_1 = 1,7; \lambda_2 = 1,3; t = 2; k_1 = 4; k_2 = 3.$
8. $\lambda_1 = 1,5; \lambda_2 = 0,9; t = 2; k_1 = 5; k_2 = 3.$
9. $\lambda_1 = 1,8; \lambda_2 = 1,4; t = 3; k_1 = 6; k_2 = 2.$
10. $\lambda_1 = 1,9; \lambda_2 = 1,5; t = 4; k_1 = 9; k_2 = 7.$
11. $\lambda_1 = 1,1; \lambda_2 = 0,6; t = 2; k_1 = 3; k_2 = 1.$
12. $\lambda_1 = 1,2; \lambda_2 = 0,7; t = 3; k_1 = 5; k_2 = 3.$
13. $\lambda_1 = 1,3; \lambda_2 = 0,8; t = 4; k_1 = 6; k_2 = 3.$
14. $\lambda_1 = 1,4; \lambda_2 = 0,9; t = 5; k_1 = 9; k_2 = 4.$
15. $\lambda_1 = 1,5; \lambda_2 = 1,0; t = 6; k_1 = 8; k_2 = 5.$
16. $\lambda_1 = 2,1; \lambda_2 = 1,1; t = 2; k_1 = 3; k_2 = 1.$
17. $\lambda_1 = 2,2; \lambda_2 = 1,2; t = 3; k_1 = 7; k_2 = 4.$
18. $\lambda_1 = 2,3; \lambda_2 = 1,3; t = 4; k_1 = 10; k_2 = 7.$
19. $\lambda_1 = 2,4; \lambda_2 = 1,4; t = 2; k_1 = 3; k_2 = 2.$
20. $\lambda_1 = 2,5; \lambda_2 = 1,5; t = 3; k_1 = 9; k_2 = 6.$
21. $\lambda_1 = 0,8; \lambda_2 = 0,5; t = 4; k_1 = 3; k_2 = 2.$
22. $\lambda_1 = 0,9; \lambda_2 = 0,6; t = 3; k_1 = 4; k_2 = 1.$
23. $\lambda_1 = 0,7; \lambda_2 = 0,4; t = 5; k_1 = 3; k_2 = 2.$
24. $\lambda_1 = 0,6; \lambda_2 = 0,2; t = 8; k_1 = 4; k_2 = 3.$
25. $\lambda_1 = 0,9; \lambda_2 = 0,5; t = 7; k_1 = 8; k_2 = 5.$

26. $\lambda_1 = 1, 2$; $\lambda_2 = 0, 8$; $t = 4$; $k_1 = 6$; $k_2 = 3$.
 27. $\lambda_1 = 1, 4$; $\lambda_2 = 0, 7$; $t = 5$; $k_1 = 8$; $k_2 = 3$.
 28. $\lambda_1 = 1, 5$; $\lambda_2 = 1, 1$; $t = 4$; $k_1 = 5$; $k_2 = 5$.
 29. $\lambda_1 = 1, 8$; $\lambda_2 = 1, 3$; $t = 3$; $k_1 = 6$; $k_2 = 4$.
 30. $\lambda_1 = 2, 1$; $\lambda_2 = 1, 8$; $t = 2$; $k_1 = 5$; $k_2 = 2$.

12. Заданы две независимые дискретные случайные величины X и Y своими рядами распределения. Найдите

- 1) ряд распределения для случайной величины $X + Y$ (варианты с четными номерами) или $X \cdot Y$ (варианты с нечетными номерами);
- 2) числовые характеристики: математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайных величин X ; Y ; $X + Y$ ($X \cdot Y$) и проверьте выполнимость свойств для математического ожидания и дисперсии;
- 3) постройте многоугольники распределения и функции распределения для случайных величин X ; Y ; $X + Y$ ($X \cdot Y$).

1.	X:
x_i	0 2 4
p_i	0,2 0,4 0,4

Y:	
y_i	-2 0
p_i	0,4 0,6

2.	X:
x_i	-3 1 5
p_i	0,2 0,5 0,3

Y:	
y_i	-1 3
p_i	0,5 0,5

3.	X:
x_i	1 2 5
p_i	0,2 0,1 0,7

Y:	
y_i	-5 -1
p_i	0,6 0,4

4.	X:
x_i	2 3 7
p_i	0,3 0,2 0,5

Y:	
y_i	-7 -3
p_i	0,5 0,5

5.	X:
x_i	1 4 5
p_i	0,4 0,5 0,1

Y:	
y_i	-4 -1
p_i	0,3 0,7

6.	X:
x_i	0 2 3
p_i	0,5 0,2 0,3

Y:	
y_i	-2 1
p_i	0,5 0,5

7.	X:
x_i	2 4 6
p_i	0,5 0,3 0,2

Y:	
y_i	-4 -2
p_i	0,2 0,8

8.	X:
x_i	1 3 6
p_i	0,6 0,1 0,3

Y:	
y_i	-6 -1
p_i	0,9 0,1

9.	X:
x_i	2 5 8
p_i	0,8 0,1 0,1

Y:	
y_i	-8 -5
p_i	0,1 0,9

10.	X:
x_i	3 4 5
p_i	0,1 0,3 0,6

Y:	
y_i	-4 -3
p_i	0,8 0,2

11.	X:
x_i	0 4 5
p_i	0,1 0,4 0,5

Y:	
y_i	-5 -4
p_i	0,7 0,3

12.	X:
x_i	3 5 8
p_i	0,5 0,3 0,2

Y:	
y_i	-5 -3
p_i	0,4 0,6

13.	X:
x_i	2 4 9
p_i	0,2 0,2 0,6

Y:	
y_i	-4 -2
p_i	0,3 0,7

14. X:

x_i	1	5	7
p_i	0,3	0,4	0,3

Y:

y_i	-7	-1
p_i	0,1	0,9

15. X:

x_i	2	3	6
p_i	0,1	0,1	0,8

Y:

y_i	-6	-3
p_i	0,5	0,5

16. X:

x_i	0	2	4
p_i	0,2	0,4	0,4

Y:

y_i	-2	0	4
p_i	0,4	0,3	0,3

17. X:

x_i	-3	0	2
p_i	0,2	0,3	0,5

Y:

y_i	-2	1	2
p_i	0,3	0,3	0,4

18. X:

x_i	-2	-1	0
p_i	0,7	0,2	0,1

Y:

y_i	1	2	3
p_i	0,2	0,6	0,2

19. X:

x_i	-4	-3	-2
p_i	0,6	0,3	0,1

Y:

y_i	2	3	5
p_i	0,4	0,5	0,1

20. X:

x_i	-2	0	5
p_i	0,5	0,3	0,2

Y:

y_i	-5	2	3
p_i	0,3	0,4	0,3

21. X:

x_i	-4	1	2
p_i	0,3	0,6	0,1

Y:

y_i	-4	-1	0
p_i	0,1	0,2	0,7

22. X:

x_i	-5	0	3
p_i	0,2	0,2	0,6

Y:

y_i	-3	5	6
p_i	0,3	0,5	0,2

23. X:

x_i	-10	0	5
p_i	0,4	0,3	0,3

Y:

y_i	-5	5	10
p_i	0,2	0,7	0,1

24. X:

x_i	-6	-3	0
p_i	0,5	0,4	0,1

Y:

y_i	3	6	7
p_i	0,7	0,1	0,2

25. X:

x_i	-5	0	4
p_i	0,2	0,3	0,5

Y:

y_i	4	6	8
p_i	0,1	0,1	0,8

26. X:

x_i	-6	0	2
p_i	0,2	0,1	0,7

Y:

y_i	-2	4	6
p_i	0,5	0,3	0,2

27. X:

x_i	-5	0	5
p_i	0,4	0,1	0,5

Y:

y_i	-3	5	10
p_i	0,2	0,7	0,1

28. X:

x_i	-6	0	1
p_i	0,3	0,3	0,4

Y:

y_i	-1	5	6
p_i	0,5	0,4	0,1

29. X:

x_i	-7	0	3
p_i	0,2	0,4	0,4

Y:

y_i	-3	1	7
p_i	0,3	0,6	0,1

30. X:

x_i	-5	1	2
p_i	0,1	0,1	0,8

Y:

y_i	-3	0	7
p_i	0,6	0,1	0,3

13. Стрельбу по цели ведут до первого попадания. Найдите ряд распределения числа произведенных выстрелов, математическое ожидание и дисперсию, если вероятность попадания при одном выстреле равна p .

- | | | | | |
|-------------------|------------------|------------------|--------------------|------------------|
| 1. $p = 0,2$. | 2. $p = 0,3$. | 3. $p = 0,4$. | 4. $p = 0,5$. | 5. $p = 0,6$. |
| 6. $p = 0,3125$. | 7. $p = 0,64$. | 8. $p = 0,125$. | 9. $p = 0,8$. | 10. $p = 0,1$. |
| 11. $p = 0,05$. | 12. $p = 0,08$. | 13. $p = 0,25$. | 14. $p = 0,0625$. | 15. $p = 0,15$. |
| 16. $p = 0,22$. | 17. $p = 0,34$. | 18. $p = 0,28$. | 19. $p = 0,26$. | 20. $p = 0,46$. |
| 21. $p = 0,48$. | 22. $p = 0,56$. | 23. $p = 0,42$. | 24. $p = 0,62$. | 25. $p = 0,72$. |
| 26. $p = 0,74$. | 27. $p = 0,78$. | 28. $p = 0,82$. | 29. $p = 0,86$. | 30. $p = 0,84$. |

14. Сбои машины образуют пуассоновский поток с интенсивностью

$\lambda = c \cdot 10^{-2}$. Время изготовления детали при помощи этой машины равно b . Деталь является бракованной (и это обнаруживается в конце изготовления), если во время изготовления произойдет хотя бы один сбой. Рассматривается случайная величина X : {время изготовления первой небракованной детали}. Найдите математическое ожидание $M(X)$ и вероятность того, что с.в. X примет значение, равное cb .

- | | | |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 1. $c = 3; b = 5$. | 2. $c = 2; b = 5$. | 3. $c = 7; b = 2$. |
| 4. $c = 4; b = 3$. | 5. $c = 3; b = 9$. | 6. $c = 5; b = 2$. |
| 7. $c = 2; b = 3$. | 8. $c = 6; b = 2$. | 9. $c = 4; b = 7$. |
| 10. $c = 3; b = 8$. | 11. $c = 2; b = 6$. | 12. $c = 8; b = 13$. |
| 13. $c = 4; b = 8$. | 14. $c = 2; b = 7$. | 15. $c = 6; b = 9$. |
| 16. $c = 2; b = 4$. | 17. $c = 6; b = 11$. | 18. $c = 3; b = 7$. |
| 19. $c = 4; b = 7$. | 20. $c = 4; b = 10$. | 21. $c = 3; b = 6$. |
| 22. $c = 5; b = 8$. | 23. $c = 10; b = 2$. | 24. $c = 11; b = 4$. |
| 25. $c = 12; b = 6$. | 26. $c = 11; b = 2$. | 27. $c = 2; b = 11$. |
| 28. $c = 4; b = 2$. | 29. $c = 10; b = 4$. | 30. $c = 3; b = 10$. |

15. Непрерывная случайная величина X задана графиком плотности распределения $f(x)$ (все графики составлены из участков прямых или парабол).

- 1) Запишите аналитические выражения для плотности распределения $f(x)$ и функции распределения $F(x)$;
- 2) постройте график функции распределения $F(x)$;
- 3) найдите математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$;
- 4) вычислите вероятность $P\{x_1 < X < x_2\}$ и покажите её на графиках плотности распределения $f(x)$ и функции распределения $F(x)$.

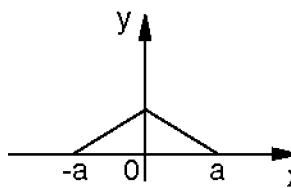


Рис. 19.

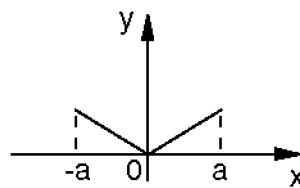


Рис. 20.

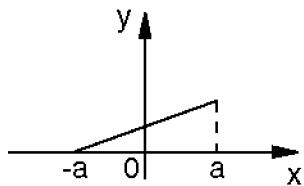


Рис. 21.

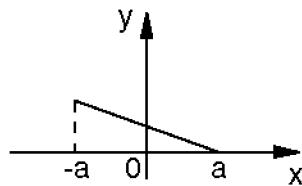


Рис. 22.

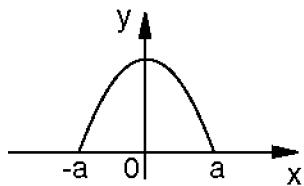


Рис. 23.

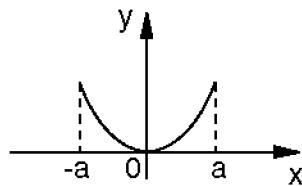


Рис. 24.

1. рис. 19; $a = 3$; $x_1 = 1$; $x_2 = 6$.
3. рис. 21; $a = 5$; $x_1 = 2, 5$; $x_2 = 5$.
5. рис. 23; $a = 1$; $x_1 = 0, 5$; $x_2 = 2$.
7. рис. 19; $a = 4$; $x_1 = 2$; $x_2 = 5$.
9. рис. 21; $a = 4$; $x_1 = 1$; $x_2 = 6$.
11. рис. 23; $a = 2$; $x_1 = 0, 5$; $x_2 = 3$.
13. рис. 19; $a = 5$; $x_1 = 1$; $x_2 = 5$.
15. рис. 21; $a = 3$; $x_1 = 1$; $x_2 = 5$.
17. рис. 23; $a = 3$; $x_1 = -4$; $x_2 = 1$.
19. рис. 19; $a = 1$; $x_1 = -1$; $x_2 = 0, 5$.
21. рис. 21; $a = 2$; $x_1 = -3$; $x_2 = 0, 4$.
23. рис. 23; $a = 5$; $x_1 = -7$; $x_2 = 1$.
25. рис. 19; $a = 2$; $x_1 = -4$; $x_2 = 0, 5$.
27. рис. 21; $a = 1$; $x_1 = -2$; $x_2 = 0, 25$.
29. рис. 23; $a = 4$; $x_1 = -6$; $x_2 = 1$.
2. рис. 20; $a = 2$; $x_1 = 0, 5$; $x_2 = 7$.
4. рис. 22; $a = 4$; $x_1 = 2$; $x_2 = 6$.
6. рис. 24; $a = 6$; $x_1 = 3$; $x_2 = 7$.
8. рис. 20; $a = 3$; $x_1 = 1$; $x_2 = 3$.
10. рис. 22; $a = 1$; $x_1 = 0, 25$; $x_2 = 2$.
12. рис. 24; $a = 5$; $x_1 = 1$; $x_2 = 7$.
14. рис. 20; $a = 4$; $x_1 = 2$; $x_2 = 4$.
16. рис. 22; $a = 2$; $x_1 = 0, 4$; $x_2 = 3$.
18. рис. 24; $a = 2$; $x_1 = -3$; $x_2 = 0, 5$.
20. рис. 20; $a = 5$; $x_1 = -6$; $x_2 = 1$.
22. рис. 22; $a = 3$; $x_1 = -3$; $x_2 = 1$.
24. рис. 24; $a = 4$; $x_1 = -4$; $x_2 = 2$.
26. рис. 20; $a = 1$; $x_1 = -1$; $x_2 = 1/3$.
28. рис. 22; $a = 5$; $x_1 = -5$; $x_2 = 1$.
30. рис. 24; $a = 3$; $x_1 = -3$; $x_2 = 1$.

16. Задана функция распределения $F(x)$ непрерывной с.в. X . Найдите плотность распределения $f(x)$ с. в. X , постройте графики функций $F(x)$ и $f(x)$. Вычислите вероятность $P(X < M(X))$, где $M(X)$ - математическое ожидание с.в X .

$$1. \quad F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ 1 - \cos x, & \text{при } 0 < x \leq \frac{\pi}{2}, \\ 1, & \text{при } x > \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

$$2. \quad F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 1, \\ 0,5(x^2 - x), & \text{при } 1 < x \leq 2, \\ 1, & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

$$3. \quad F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq \frac{\pi}{2}, \\ -\cos x, & \text{при } \frac{\pi}{2} < x \leq \pi, \\ 1, & \text{при } x > \pi. \end{cases}$$

$$4. \quad F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 2, \\ 1 - \left(\frac{2}{x}\right)^3, & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

$$5. \quad F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq -1, \\ 0,5 + \frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} x, & \text{при } -1 < x \leq 1, \\ 1, & \text{при } x > 1. \end{cases}$$

$$6. \quad F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ 1 - e^{-2x}, & \text{при } x \geq 0. \end{cases}$$

$$7. \quad F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq -1, \\ 0,5 + \frac{1}{\pi} \arcsin x, & \text{при } -1 < x \leq 1, \\ 1, & \text{при } x > 1. \end{cases}$$

$$8. \quad F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ 1 - \frac{1}{(x+1)^3}, & \text{при } x > 0. \end{cases}$$

$$9. \quad F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{3}, & \text{при } 0 < x \leq 1, \\ \frac{2x-1}{3}, & \text{при } 1 < x \leq 2, \\ 1, & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

$$10. \quad F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 1, \\ \frac{(x-1)^2}{8}, & \text{при } 1 \leq x < 3, \\ 1 - \frac{(x-5)^2}{8}, & \text{при } 3 \leq x \leq 5, \\ 1, & \text{при } x > 5. \end{cases}$$

$$11. \quad F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 2, \\ 0,5 + \frac{1}{\pi} \arcsin \frac{x}{2}, & \text{при } -2 < x \leq 2, \\ 1, & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

$$12. \quad F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq -2, \\ \frac{x}{4} + 0,5, & \text{при } -2 < x \leq 2, \\ 1, & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

$$13. \quad F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq -1, \\ 0,75x + 0,75, & \text{при } -1 < x \leq \frac{1}{3}, \\ 1, & \text{при } x > \frac{1}{3}. \end{cases}$$

$$14. \quad F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 2, \\ 0,5x - 1, & \text{при } 2 < x \leq 4, \\ 1, & \text{при } x > 4. \end{cases}$$

15. $F(x) = \begin{cases} 0,5e^x, & \text{при } x \leq 0, \\ 1 - 0,5e^{-x}, & \text{при } x > 0. \end{cases}$

16. $F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq -\frac{\pi}{2}, \\ 0,5(\sin x + 1), & \text{при } -\frac{\pi}{2} < x \leq \frac{\pi}{2}, \\ 1, & \text{при } x > \frac{\pi}{2}. \end{cases}$

17. $F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ x^2, & \text{при } 0 < x \leq 1, \\ 1, & \text{при } x > 1. \end{cases}$

18. $F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 1, \\ 0,5(x - 1), & \text{при } 1 < x \leq 3, \\ 1, & \text{при } x > 3. \end{cases}$

19. $F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 2, \\ (x - 2)^2, & \text{при } 2 < x \leq 3, \\ 1, & \text{при } x > 3. \end{cases}$

20. $F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ 0,5(1 - \cos x), & \text{при } 0 < x \leq \pi, \\ 1, & \text{при } x > \pi. \end{cases}$

21. $F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0,1\pi, \\ -\cos 5x, & \text{при } 0,1\pi < x \leq 0,2\pi, \\ 1, & \text{при } x > 0,2\pi. \end{cases}$

22. $F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \sin x, & \text{при } 0 < x \leq \frac{\pi}{2}, \\ 1, & \text{при } x > \frac{\pi}{2}. \end{cases}$

23. $F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ 1 - \cos 2x, & \text{при } 0 < x \leq \frac{\pi}{4}, \\ 1, & \text{при } x > \frac{\pi}{4}. \end{cases}$

24. $F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ 1 - \cos 3x, & \text{при } 0 < x \leq \frac{\pi}{6}, \\ 1, & \text{при } x > \frac{\pi}{6}. \end{cases}$

25. $F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq \frac{\pi}{8}, \\ -\cos 4x, & \text{при } \frac{\pi}{8} < x \leq \frac{\pi}{4}, \\ 1, & \text{при } x > \frac{\pi}{4}. \end{cases}$

26. $F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \sin 2x, & \text{при } 0 < x \leq \frac{\pi}{4}, \\ 1, & \text{при } x > \frac{\pi}{4}. \end{cases}$

27. $F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ 2 \sin x, & \text{при } 0 < x \leq \frac{\pi}{6}, \\ 1, & \text{при } x > \frac{\pi}{6}. \end{cases}$

28. $F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ 0,5x, & \text{при } 0 < x \leq 2, \\ 1, & \text{при } x > 2. \end{cases}$

29. $F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq -1, \\ (x+1)^2, & \text{при } -1 < x \leq 0, \\ 1, & \text{при } x > 0. \end{cases}$

30. $F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ x^3, & \text{при } 0 < x \leq 1, \\ 1, & \text{при } x > 1. \end{cases}$

17. Пусть $f(x) = Ae^{ax^2+bx+c}$ – плотность распределения с. в. X . Найдите значение параметра A , математическое ожидание $M(X)$, вероятность $P\{x_1 \leq X < x_2\}$, постройте графики плотности распределения $f(x)$ и функции распределения $F(x)$, на полученных графиках отметьте вероятность $P\{x_1 \leq X < x_2\}$.

1. $x_1 = 1; x_2 = 3; a = -1; b = 1; c = 2.$
2. $x_1 = 1/3; x_2 = 2/3; a = -1; b = 3; c = 1.$
3. $x_1 = -3/2; x_2 = -1; a = -1; b = -2; c = 3.$
4. $x_1 = 0; x_2 = 3/4; a = -1; b = 1; c = 2.$
5. $x_1 = 1/2; x_2 = 3/2; a = -1/2; b = 2; c = 0.$
6. $x_1 = -3/4; x_2 = 1/4; a = -2; b = -1; c = 3.$
7. $x_1 = -1/2; x_2 = 3/2; a = -2; b = 3; c = 1.$
8. $x_1 = 1/3; x_2 = 4/3; a = -2; b = 2; c = 2.$
9. $x_1 = -1/3; x_2 = 2/3; a = -2; b = 2; c = 4.$
10. $x_1 = -1/3; x_2 = 5/3; a = -3; b = 3; c = -3.$
11. $x_1 = 1/2; x_2 = 3/2; a = -4; b = 3; c = 2.$
12. $x_1 = 1; x_2 = 3; a = -4; b = 1; c = 4.$
13. $x_1 = 1/3; x_2 = 2/3; a = -5; b = 3; c = 1.$
14. $x_1 = -3/2; x_2 = -1; a = -5; b = 2; c = 4.$
15. $x_1 = 0; x_2 = 3/4; a = -5; b = 3; c = 3.$
16. $x_1 = -3/4; x_2 = 1/4; a = -6; b = -2; c = 4.$
17. $x_1 = -1/2; x_2 = 3/2; a = -6; b = 4; c = 4.$
18. $x_1 = 1/3; x_2 = 4/3; a = -6; b = 1; c = 3.$
19. $x_1 = -1/3; x_2 = 2/3; a = -6; b = 4; c = 3.$
20. $x_1 = -1/3; x_2 = 5/3; a = -6; b = 3; c = 9.$
21. $x_1 = 1; x_2 = 3; a = -6; b = 5; c = 7.$
22. $x_1 = 0; x_2 = 3/4; a = -6; b = 6; c = 7.$
23. $x_1 = -3/2; x_2 = -1; a = -7; b = 6; c = 7.$
24. $x_1 = -3/4; x_2 = 2; a = -7; b = 3; c = 4.$
25. $x_1 = 1; x_2 = 2; a = -7; b = 4; c = 3.$
26. $x_1 = -3; x_2 = 0; a = -7; b = 2; c = 2.$
27. $x_1 = -4; x_2 = 0; a = -7; b = 3; c = 4.$
28. $x_1 = -2; x_2 = 2; a = -8; b = 4; c = 4.$
29. $x_1 = -1; x_2 = 0; a = -8; b = 4; c = 3.$
30. $x_1 = -1; x_2 = 2; a = -8; b = 3; c = 2.$

18. Найдите функцию распределения случайной величины X , распределенной равномерно на отрезке $[a; b]$, математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$ и вероятность $P\{c \leq X < d\}$. Постройте графики плотности распределения $f(x)$ и функции распределения $F(x)$ с.в. X , на полученных графиках отметьте вероятность $P\{c \leq X < d\}$.

- | | |
|--|--|
| 1. $a = -3; b = 5; c = -2; d = 4.$ | 2. $a = -3; b = 6; c = -2; d = 5.$ |
| 3. $a = -3; b = -2; c = -2, 5; d = -2.$ | 4. $a = -2; b = 3; c = -1, 5; d = 2.$ |
| 5. $a = -2; b = 0; c = -1, 5; d = -1.$ | 6. $a = -2; b = 1; c = -1, 5; d = 0.$ |
| 7. $a = -2; b = 3; c = 0; d = 2.$ | 8. $a = -2; b = 4; c = 1, 5; d = 3.$ |
| 9. $a = -2; b = 7; c = -1; d = 6.$ | 10. $a = 1; b = 3; c = 1, 5; d = 2.$ |
| 11. $a = 1; b = 4; c = 2; d = 3.$ | 12. $a = 2; b = 5; c = 3; d = 4.$ |
| 13. $a = 2; b = 8; c = 2; d = 7.$ | 14. $a = 3; b = 5; c = 3; d = 3, 5.$ |
| 15. $a = 3; b = 6; c = 4; d = 5.$ | 16. $a = 3; b = 7; c = 4; d = 6.$ |
| 17. $a = 3; b = 11; c = 4; d = 10.$ | 18. $a = 3; b = 17; c = 4; d = 16.$ |
| 19. $a = 4; b = 7; c = 5; d = 6.$ | 20. $a = 4; b = 10; c = 5; d = 9.$ |
| 21. $a = 4; b = 15; c = 6; d = 14.$ | 22. $a = 5; b = 8; c = 6; d = 7.$ |
| 23. $a = 10; b = 12; c = 11; d = 11, 5.$ | 24. $a = 11; b = 14; c = 12; d = 13.$ |
| 25. $a = 12; b = 16; c = 13; d = 15.$ | 26. $a = 13; b = 20; c = 14; d = 20.$ |
| 27. $a = 14; b = 21; c = 15; d = 20.$ | 28. $a = 15; b = 28; c = 16; d = 27.$ |
| 29. $a = 15; b = 20; c = 16; d = 19.$ | 30. $a = 15; b = 25; c = 16, 5; d = 18.$ |

19. Испытывают три элемента, которые работают независимо один от другого. Длительность времени безотказной работы элементов распределена по показательному закону: $F_i(t) = 1 - e^{-\lambda_i t}$ ($i = 1, 2, 3$). Найдите вероятность того, что в интервале времени $(0; t)$ часов

не откажет ни один элемент, если

- 1) $\lambda_1 = 0, 2; \lambda_2 = 0, 4; \lambda_3 = 0, 3; t = 2.$
- 2) $\lambda_1 = 0, 02; \lambda_2 = 0, 4; \lambda_3 = 0, 03; t = 5.$
- 3) $\lambda_1 = 0, 05; \lambda_2 = 0, 06; \lambda_3 = 0, 02; t = 10.$

откажет только один элемент, если

- 4) $\lambda_1 = 0, 1; \lambda_2 = 0, 2; \lambda_3 = 0, 3; t = 4.$
- 5) $\lambda_1 = 0, 01; \lambda_2 = 0, 02; \lambda_3 = 0, 03; t = 7.$
- 6) $\lambda_1 = 0, 04; \lambda_2 = 0, 02; \lambda_3 = 0, 03; t = 20.$

откажут только два элемента, если

- 7) $\lambda_1 = 0, 3; \lambda_2 = 0, 02; \lambda_3 = 0, 03; t = 5.$
- 8) $\lambda_1 = 0, 04; \lambda_2 = 0, 02; \lambda_3 = 0, 05; t = 10.$
- 9) $\lambda_1 = 0, 06; \lambda_2 = 0, 01; \lambda_3 = 0, 08; t = 15.$

откажут три элемента, если

- 10) $\lambda_1 = 0, 1; \lambda_2 = 0, 4; \lambda_3 = 0, 2; t = 6.$
- 11) $\lambda_1 = 0, 06; \lambda_2 = 0, 07; \lambda_3 = 0, 02; t = 20.$
- 12) $\lambda_1 = 0, 01; \lambda_2 = 0, 07; \lambda_3 = 0, 03; t = 40.$

откажет хотя бы один элемент, если

- 13) $\lambda_1 = 0, 05; \lambda_2 = 0, 03; \lambda_3 = 0, 1; t = 7.$
- 14) $\lambda_1 = 0, 05; \lambda_2 = 0, 03; \lambda_3 = 0, 01; t = 45.$
- 15) $\lambda_1 = 0, 02; \lambda_2 = 0, 02; \lambda_3 = 0, 01; t = 25.$

откажут хотя бы два элемента, если

- 16) $\lambda_1 = 0,2 \lambda_2 = 0,01; \lambda_3 = 0,05; t = 3.$
- 17) $\lambda_1 = 0,01 \lambda_2 = 0,01; \lambda_3 = 0,02; t = 35.$
- 18) $\lambda_1 = 0,03 \lambda_2 = 0,08; \lambda_3 = 0,02; t = 40.$

откажет не более одного элемента, если

- 19) $\lambda_1 = 0,05; \lambda_2 = 0,07; \lambda_3 = 0,02; t = 8.$
- 20) $\lambda_1 = 0,06; \lambda_2 = 0,08; \lambda_3 = 0,01; t = 20.$
- 21) $\lambda_1 = 0,02; \lambda_2 = 0,09; \lambda_3 = 0,09; t = 10.$

откажет не более двух элементов, если

- 22) $\lambda_1 = 0,1; \lambda_2 = 0,06; \lambda_3 = 0,3; t = 9.$
- 23) $\lambda_1 = 0,03; \lambda_2 = 0,08; \lambda_3 = 0,05; t = 50.$
- 24) $\lambda_1 = 0,05; \lambda_2 = 0,09; \lambda_3 = 0,05; t = 50.$

откажет нечетное число элементов, если

- 25) $\lambda_1 = 0,1; \lambda_2 = 0,2; \lambda_3 = 0,4; t = 5.$
- 26) $\lambda_1 = 0,01; \lambda_2 = 0,06; \lambda_3 = 0,09; t = 25.$
- 27) $\lambda_1 = 0,06; \lambda_2 = 0,09; \lambda_3 = 0,08; t = 30.$

откажет четное число элементов, если

- 28) $\lambda_1 = 0,1; \lambda_2 = 0,02; \lambda_3 = 0,03; t = 15.$
- 29) $\lambda_1 = 0,03; \lambda_2 = 0,07; \lambda_3 = 0,03; t = 15.$
- 30) $\lambda_1 = 0,05; \lambda_2 = 0,09; \lambda_3 = 0,01; t = 15.$

20. Найдите характеристическую функцию с.в. X , распределенной равномерно на $[a, b]$. По характеристической функции найдите математическое ожидание с.в. X .

- | | | |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 1. $a = -3; b = 5.$ | 2. $a = -3; b = 6.$ | 3. $a = -3; b = 7.$ |
| 4. $a = -6; b = 0.$ | 5. $a = -6; b = 1.$ | 6. $a = -5; b = 1.$ |
| 7. $a = -2; b = 3.$ | 8. $a = -2; b = 4.$ | 9. $a = -2; b = 5.$ |
| 10. $a = 0; b = 8.$ | 11. $a = 1; b = 6.$ | 12. $a = 2; b = 13.$ |
| 13. $a = 4; b = 8.$ | 14. $a = 2; b = 5.$ | 15. $a = 6; b = 9.$ |
| 16. $a = 2; b = 4.$ | 17. $a = 6; b = 11.$ | 18. $a = 7; b = 17.$ |
| 19. $a = 8; b = 13.$ | 20. $a = 8; b = 14.$ | 21. $a = 8; b = 15.$ |
| 22. $a = 8; b = 18.$ | 23. $a = 8; b = 19.$ | 24. $a = 11; b = 14.$ |
| 25. $a = 12; b = 16.$ | 26. $a = 12; b = 20.$ | 27. $a = 20; b = 21.$ |
| 28. $a = 21; b = 28.$ | 29. $a = 22; b = 25.$ | 30. $a = 23; b = 26.$ |

21. Найдите коэффициент корреляции случайных величин X и Y , если двумерная случайная величина (X, Y) равномерно распределена в треугольнике ABC .

- | | |
|-------------------------------------|--------------------------------------|
| 1. $A(2; 1); B(5; 1); C(5; 6).$ | 2. $A(-2; 3); B(4; 3); C(4; 5).$ |
| 3. $A(0; 5); B(6; 5); C(6; 10).$ | 4. $A(3; 2); B(5; 2); C(5; 3).$ |
| 5. $A(-1; 1); B(4; 1); C(4; 7).$ | 6. $A(3; 7); B(3; 10); C(7; 7).$ |
| 7. $A(-3; -2); B(-3; 2); C(5; -2).$ | 8. $A(-4; 0); B(-4; 6); C(5; 0).$ |
| 9. $A(1; 3); B(1; 9); C(7; 3).$ | 10. $A(0; 5); B(0; 15); C(6; 5).$ |
| 11. $A(-2; 5); B(-2; -4); C(3; 5).$ | 12. $A(3; -4); B(3; -10); C(9; -4).$ |
| 13. $A(1; 10); B(1; 2); C(5; 10).$ | 14. $A(-5; 3); B(-5; -4); C(6; 3).$ |
| 15. $A(-8; 1); B(-8; -5); C(6; 1).$ | 16. $A(1; 3); B(5; 3); C(5; -6).$ |
| 17. $A(2; 4); B(5; 4); C(5; -3).$ | 18. $A(-1; 2); B(4; 2); C(4; -5).$ |

19. $A(-5; 3); B(8; 3); C(8; -1)$. 20. $A(-4; 1); B(9; 1); C(9; -4)$.
 21. $A(2; 3); B(2; 10); C(4; 8)$. 22. $A(1; -1); B(1; 7); C(5; 6)$.
 23. $A(-1; 2); B(-1; 10); C(6; 8)$. 24. $A(-2; 0); B(-2; 10); C(5; 4)$.
 25. $A(-5; 1); B(-5; 9); C(4; 2)$. 26. $A(-3; 4); B(4; 4); C(-1; 2)$.
 27. $A(1; -2); B(4; -2); C(3; 1)$. 28. $A(-1; 2); B(2; 2); C(0; -3)$.
 29. $A(-5; 3); B(3; 3); C(2; -1)$. 30. $A(-4; 1); B(5; 1); C(3; -2)$.

22. Закон распределения дискретной с. в. (X, Y) задан таблицей

X	Y	y_1	y_2
x_1		p_{11}	p_{12}
x_2		p_{21}	p_{22}

Найдите коэффициент корреляции случайных величин X и Y , если

1. $x_1 = 0; x_2 = 1; y_1 = 1; y_2 = 2; p_{11} = 0, 3; p_{12} = 0, 1; p_{21} = 0$.
2. $x_1 = 0; x_2 = 1; y_1 = 2; y_2 = 3; p_{11} = 0, 1; p_{12} = 0, 4; p_{21} = 0, 2$.
3. $x_1 = 0; x_2 = 1; y_1 = 3; y_2 = 4; p_{11} = 0, 1; p_{12} = 0, 5; p_{21} = 0, 2$.
4. $x_1 = 0; x_2 = 1; y_1 = 2; y_2 = 4; p_{11} = 0, 2; p_{12} = 0, 6; p_{21} = 0, 1$.
5. $x_1 = 0; x_2 = 1; y_1 = 2; y_2 = 5; p_{11} = 0, 5; p_{12} = 0, 1; p_{21} = 0, 2$.
6. $x_1 = 0; x_2 = 1; y_1 = 2; y_2 = 6; p_{11} = 0, 6; p_{12} = 0, 1; p_{21} = 0, 2$.
7. $x_1 = 0; x_2 = 1; y_1 = 2; y_2 = 7; p_{11} = 0, 7; p_{12} = 0, 1; p_{21} = 0, 1$.
8. $x_1 = 0; x_2 = 1; y_1 = 2; y_2 = 8; p_{11} = 0, 8; p_{12} = 0, 1; p_{21} = 0, 1$.
9. $x_1 = 0; x_2 = 1; y_1 = 2; y_2 = 9; p_{11} = 0, 1; p_{12} = 0, 5; p_{21} = 0, 3$.
10. $x_1 = 0; x_2 = 1; y_1 = 1; y_2 = 6; p_{11} = 0, 1; p_{12} = 0, 6; p_{21} = 0$.
11. $x_1 = 0; x_2 = 1; y_1 = 1; y_2 = 3; p_{11} = 0, 2; p_{12} = 0, 2; p_{21} = 0, 5$.
12. $x_1 = 0; x_2 = 1; y_1 = 1; y_2 = 4; p_{11} = 0, 3; p_{12} = 0, 1; p_{21} = 0, 2$.
13. $x_1 = 0; x_2 = 1; y_1 = 1; y_2 = 5; p_{11} = 0, 4; p_{12} = 0, 2; p_{21} = 0, 1$.
14. $x_1 = 0; x_2 = 1; y_1 = 1; y_2 = 6; p_{11} = 0, 5; p_{12} = 0, 1; p_{21} = 0, 1$.
15. $x_1 = 0; x_2 = 1; y_1 = 1; y_2 = 7; p_{11} = 0, 6; p_{12} = 0, 1; p_{21} = 0, 2$.
16. $x_1 = 0; x_2 = 1; y_1 = 1; y_2 = 8; p_{11} = 0, 7; p_{12} = 0, 1; p_{21} = 0$.
17. $x_1 = 0; x_2 = 1; y_1 = 1; y_2 = 9; p_{11} = 0, 8; p_{12} = 0, 1; p_{21} = 0$.
18. $x_1 = 0; x_2 = 1; y_1 = 2; y_2 = 3; p_{11} = 0, 2; p_{12} = 0, 6; p_{21} = 0, 1$.
19. $x_1 = 0; x_2 = 1; y_1 = 0; y_2 = 3; p_{11} = 0; p_{12} = 0, 4; p_{21} = 0, 2$.
20. $x_1 = 0; x_2 = 1; y_1 = 2; y_2 = 4; p_{11} = 0, 1; p_{12} = 0, 7; p_{21} = 0, 2$.
21. $x_1 = 0; x_2 = 1; y_1 = 0; y_2 = 5; p_{11} = 0, 1; p_{12} = 0, 5; p_{21} = 0, 2$.
22. $x_1 = 0; x_2 = 1; y_1 = 3; y_2 = 5; p_{11} = 0, 3; p_{12} = 0, 4; p_{21} = 0, 1$.
23. $x_1 = 0; x_2 = 1; y_1 = 3; y_2 = 6; p_{11} = 0, 4; p_{12} = 0, 4; p_{21} = 0, 2$.
24. $x_1 = 0; x_2 = 1; y_1 = 3; y_2 = 7; p_{11} = 0, 5; p_{12} = 0, 1; p_{21} = 0, 2$.
25. $x_1 = 0; x_2 = 1; y_1 = 3; y_2 = 8; p_{11} = 0, 6; p_{12} = 0, 1; p_{21} = 0, 2$.
26. $x_1 = 0; x_2 = 2; y_1 = 1; y_2 = 2; p_{11} = 0, 1; p_{12} = 0, 5; p_{21} = 0, 1$.
27. $x_1 = 0; x_2 = 2; y_1 = 1; y_2 = 4; p_{11} = 0, 1; p_{12} = 0, 4; p_{21} = 0, 4$.
28. $x_1 = 0; x_2 = 2; y_1 = 1; y_2 = 3; p_{11} = 0, 6; p_{12} = 0, 1; p_{21} = 0, 2$.
29. $x_1 = 0; x_2 = 2; y_1 = 1; y_2 = 5; p_{11} = 0, 3; p_{12} = 0, 5; p_{21} = 0, 1$.
30. $x_1 = 0; x_2 = 2; y_1 = 4; y_2 = 6; p_{11} = 0, 2; p_{12} = 0, 2; p_{21} = 0, 4$.

23. Вероятность производства стандартной детали равна p . Оцените с помощью неравенства Чебышева вероятность того, что число бракованных среди 10000 деталей находится в границах от k_1 до k_2 (включительно). Уточните вероятность того же события с помощью интегральной теоремы Муавра-Лапласа. Объясните различие полученных результатов.

- | | |
|---|---|
| 1. $p = 0,96; k_1 = 300; k_2 = 500.$ | 2. $p = 0,97; k_1 = 240; k_2 = 360.$ |
| 3. $p = 0,98; k_1 = 175; k_2 = 225.$ | 4. $p = 0,95; k_1 = 450; k_2 = 550.$ |
| 5. $p = 0,94; k_1 = 540; k_2 = 660.$ | 6. $p = 0,93; k_1 = 630; k_2 = 770.$ |
| 7. $p = 0,92; k_1 = 760; k_2 = 840.$ | 8. $p = 0,91; k_1 = 810; k_2 = 990.$ |
| 9. $p = 0,90; k_1 = 925; k_2 = 1075.$ | 10. $p = 0,89; k_1 = 1045; k_2 = 1155.$ |
| 11. $p = 0,88; k_1 = 1110; k_2 = 1290.$ | 12. $p = 0,87; k_1 = 1235; k_2 = 1365.$ |
| 13. $p = 0,86; k_1 = 1295; k_2 = 1505.$ | 14. $p = 0,85; k_1 = 1425; k_2 = 1575.$ |
| 15. $p = 0,84; k_1 = 1540; k_2 = 1660.$ | 16. $p = 0,83; k_1 = 1615; k_2 = 1785.$ |
| 17. $p = 0,82; k_1 = 1710; k_2 = 1890.$ | 18. $p = 0,81; k_1 = 1805; k_2 = 1995.$ |
| 19. $p = 0,8; k_1 = 1925; k_2 = 2075.$ | 20. $p = 0,79; k_1 = 1995; k_2 = 2205.$ |
| 21. $p = 0,78; k_1 = 2090; k_2 = 2310.$ | 22. $p = 0,84; k_1 = 1500; k_2 = 1700.$ |
| 23. $p = 0,83; k_1 = 1649; k_2 = 1751.$ | 24. $p = 0,82; k_1 = 1719; k_2 = 1881.$ |
| 25. $p = 0,81; k_1 = 1843; k_2 = 1957.$ | 26. $p = 0,8; k_1 = 1900; k_2 = 2100.$ |
| 27. $p = 0,79; k_1 = 2037; k_2 = 2163.$ | 28. $p = 0,78; k_1 = 2134; k_2 = 2266.$ |
| 29. $p = 0,77; k_1 = 2185; k_2 = 2415.$ | 30. $p = 0,76; k_1 = 2310; k_2 = 2490.$ |

24. Для заданной выборки:

- 1) составьте вариационный ряд;
- 2) найдите статистическое распределение (составьте таблицу частот и таблицу относительных частот);
- 3) постройте полигон частот и полигон относительных частот;
- 4) найдите эмпирическую функцию распределения и постройте её график;
- 5) найдите выборочное среднее, выборочную дисперсию, выборочное среднее квадратическое отклонение, исправленную дисперсию и исправленное среднее квадратическое отклонение.

1.

15;15;14;14;13;17;17;16;15;13;13;15;17;17;16;17;16; 14;13;15;17;15;15;14.

2.

9;10;10;11;8;8;11;8;7;7;8;8;7;10;11;8;10;7;10; 8;10;9;8;10.

3.

19;17;17;17;21;19;17;20;20;18;19;19;18;17;21;17; 21;17;17;21;18;21;20;17.

4.

23;24;24;24;27;25;23;27;25;26;26;26;25;25; 26;23;23;23;27;24;27;24;23;23.

5.

23;23;25;27;27;26;23;24;23;27;27;24;26;26;25; 27;27;24;26;27;25;23;23;24;23.

6.

25;24;27;27;24;24;26;26;25;28;26;24;27;26;25; 24;28;25;25;25;26;26;27;28;24.

7.

6;8;7;7;9;7;7;6;5;6;5;9;5;6;5;9;9;7;5; 7;7;8;6.

8.

16;15;14;14;13;13;16;15;17;13;16;13;15;13;13; 13;16;14;13;16;13;14.

9.
22;25;26;22;22;22;24;22;25;24;25;25;24;23;22; 23;23;23;25;26;22;23;26;23;23.
10.
12;8;9;9;11;11;9;10;10;9;11;12;10;8;8;8;12; 10;8;10;11;12;10;12;8.
11.
11;10;10;14;11;14;10;14;14;14;13;10;10;14;10;10;13; 14;12;11;14;12;14;12;12.
12.
8;6;7;7;6;6;9;10;8;6;6;10;10;10;6;8;10;7;8; 6;7;9;7;10;8.
13.
7;8;8;10;6;10;6;10;7;10;9;9;7;10;8;7; 7;6;9;6;8;7;8.
14.
8;11;10;9;8;11;11;10;12;8;12;12;8;10;8;10;9;8;12; 11;10;8;12;9;9. 15.
11;10;9;11;13;10;13;9;13;9;12;12;9;12;13;13;11;12; 9;12;11;13;10;10;11.
16.
19;19;16;15;17;16;17;18;19;18;16;16;18;19;18;15;16; 18;16;17;17;19;19;15;17.
17.
10;10;9;8;10;9;8;7;10;9;10;9;8;8;9;7;11;8;7;7;10; 7;8;9.
18.
13;14;14;14;15;15;16;14;15;17;14;15;14;17;14;15;14;13; 16;14;17;16;17;15;16.
19.
16;15;15;14;16;14;14;13;15;14;14;13;16;13;15;17;14;15; 13;14;17;14;14;13;13.
20.
19;16;20;20;16;19;19;17;17;19;20;18;19;16;19;17; 18;16;16;17;16;18;18;16;20.
21.
10;12;13;10;13;13;9;12;10;13;11;11;11;10;12;10;11; 9;12;10;10;10;12;9;9.
22.
7;7;7;10;11;10;10;10;8;10;7;7;9;7;10;10;10; 7;8;9;11;9;10;7;11.
23.
16;14;15;12;16;15;16;15;13;12;15;16;12;13;13;14; 15;14;14;13;13;12;15;16;14.
24.
10;9;10;6;6;9;8;7;9;6;9;8;7;9;8;9;8;7;10; 9;10;9;8;9;10.
25.
8;8;12;10;10;10;12;10;10;9;9;11;10;8;12;11;10; 12;11;12;12;12;11;8;10.
26.
26;24;25;23;23;23;24;26;26;24;22;25;22;23; 24;24;22;26;22;22;25;23;22;25.
27.
23;24;22;22;21;22;21;21;25;21;21;22; 24;23;23;25;25;24;25;21;23;21;25;25;21.
28.
8;10;7;9;6;7;8;7;10;8;8;7;10;8;9;6;6;8;10;9;7; 7;8;8;8.
29.
13;13;14;14;14;17;16;17;17;13;15;13;14;16;13;14;15;15;15; 15;14;16;16;14;17.
30.
22;21;21;22;24;25;25;23;23;24;25;23;21;23;21; 21;25;23;25;22;23;24;24;25;22.

25. Случайная величина X имеет распределение Пуассона $P(X = m) = \frac{a^m}{m!}e^{-a}$. Составьте функцию правдоподобия и найдите методом максимального правдоподобия оценку параметра a при выборке объема 3.

- | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1. $x_1 = 5; x_2 = 41; x_3 = 36.$ | 2. $x_1 = 6; x_2 = 28; x_3 = 43.$ |
| 3. $x_1 = 7; x_2 = 12; x_3 = 28.$ | 4. $x_1 = 8; x_2 = 5; x_3 = 4.$ |
| 5. $x_1 = 9; x_2 = 8; x_3 = 11.$ | 6. $x_1 = 10; x_2 = 7; x_3 = 6.$ |
| 7. $x_1 = 11; x_2 = 32; x_3 = 24.$ | 8. $x_1 = 12; x_2 = 13; x_3 = 14.$ |
| 9. $x_1 = 13; x_2 = 16; x_3 = 51.$ | 10. $x_1 = 14; x_2 = 12; x_3 = 3.$ |
| 11. $x_1 = 15; x_2 = 20; x_3 = 30.$ | 12. $x_1 = 16; x_2 = 3; x_3 = 9.$ |
| 13. $x_1 = 17; x_2 = 23; x_3 = 14.$ | 14. $x_1 = 18; x_2 = 10; x_3 = 24.$ |
| 15. $x_1 = 19; x_2 = 4; x_3 = 4.$ | 16. $x_1 = 20; x_2 = 0; x_3 = 5.$ |
| 17. $x_1 = 21; x_2 = 3; x_3 = 5.$ | 18. $x_1 = 22; x_2 = 3; x_3 = 3.$ |
| 19. $x_1 = 23; x_2 = 12; x_3 = 6.$ | 20. $x_1 = 24; x_2 = 0; x_3 = 1.$ |
| 21. $x_1 = 25; x_2 = 3; x_3 = 20.$ | 22. $x_1 = 26; x_2 = 16; x_3 = 5.$ |
| 23. $x_1 = 27; x_2 = 1; x_3 = 8.$ | 24. $x_1 = 28; x_2 = 4; x_3 = 12.$ |
| 25. $x_1 = 29; x_2 = 3; x_3 = 9.$ | 26. $x_1 = 30; x_2 = 20; x_3 = 8.$ |
| 27. $x_1 = 31; x_2 = 30; x_3 = 24.$ | 28. $x_1 = 32; x_2 = 12; x_3 = 0.$ |
| 29. $x_1 = 33; x_2 = 20; x_3 = 8.$ | 30. $x_1 = 34; x_2 = 5; x_3 = 8.$ |

26. Из n выстрелов m были успешными. Найдите доверительный интервал с надежностью 0,95 для p – вероятности попадания при одном выстреле.

- | | | |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 1. $n = 31; m = 14.$ | 2. $n = 32; m = 15.$ | 3. $n = 30; m = 10.$ |
| 4. $n = 30; m = 11.$ | 5. $n = 30; m = 12.$ | 6. $n = 30; m = 13.$ |
| 7. $n = 30; m = 14.$ | 8. $n = 30; m = 15.$ | 9. $n = 30; m = 16.$ |
| 10. $n = 30; m = 17.$ | 11. $n = 30; m = 18.$ | 12. $n = 30; m = 19.$ |
| 13. $n = 31; m = 8.$ | 14. $n = 32; m = 8.$ | 15. $n = 33; m = 8.$ |
| 16. $n = 34; m = 8.$ | 17. $n = 35; m = 8.$ | 18. $n = 36; m = 8.$ |
| 19. $n = 37; m = 8.$ | 20. $n = 38; m = 8.$ | 21. $n = 39; m = 8.$ |
| 22. $n = 40; m = 8.$ | 23. $n = 33; m = 16.$ | 24. $n = 34; m = 17.$ |
| 25. $n = 35; m = 18.$ | 26. $n = 36; m = 19.$ | 27. $n = 37; m = 20.$ |
| 28. $n = 38; m = 21.$ | 29. $n = 39; m = 22.$ | 30. $n = 41; m = 24.$ |

27. 1) Заданный отрезок $[a, b]$ разбить на 10 частичных интервалов равной длины;
 2) по данным частотам n_i составить интервальный вариационный ряд;
 3) построить гистограмму относительных частот;
 4) вычислить выборочное среднее, выборочную дисперсию, выборочное среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации.

5) исходя из формы гистограммы относительных частот, сформулировать гипотезу о распределении генеральной совокупности;

6) проверить эту гипотезу по критериям Пирсона (при уровне значимости $\alpha = 0,01$) и Романовского.

1.

$$a=0; b=5; n_1=5; n_2=16; n_3=25; n_4=46; n_5=58; n_6=59; n_7=45; n_8=27; n_9=14; n_{10}=5.$$

2.

$$a=0,5; b=5,5; n_1=2; n_2=4; n_3=9; n_4=16; n_5=19; n_6=20; n_7=15; n_8=9; n_9=5; n_{10}=1.$$

3.

$$a=1; b=6; n_1=5; n_2=17; n_3=30; n_4=55; n_5=68; n_6=69; n_7=53; n_8=32; n_9=15; n_{10}=6.$$

4.

$$a=1,5; b=6,5; n_1=1; n_2=5; n_3=10; n_4=14; n_5=22; n_6=20; n_7=16; n_8=9; n_9=2; n_{10}=1.$$

5.

$$a=2; b=7; n_1=3; n_2=13; n_3=23; n_4=40; n_5=41; n_6=48; n_7=38; n_8=24; n_9=11; n_{10}=4.$$

6.

$$a=2,5; b=7,5; n_1=4; n_2=11; n_3=25; n_4=38; n_5=48; n_6=49; n_7=37; n_8=23; n_9=12; n_{10}=3.$$

7.

$$a=3; b=8; n_1=2; n_2=10; n_3=19; n_4=29; n_5=38; n_6=43; n_7=28; n_8=18; n_9=9; n_{10}=4.$$

8.

$$a=3,5; b=8,5; n_1=8; n_2=19; n_3=37; n_4=58; n_5=76; n_6=79; n_7=62; n_8=36; n_9=18; n_{10}=7.$$

9.

$$a=4; b=9; n_1=3; n_2=8; n_3=18; n_4=26; n_5=42; n_6=43; n_7=27; n_8=23; n_9=8; n_{10}=2.$$

10.

$$a=4,5; b=9,5; n_1=6; n_2=12; n_3=30; n_4=46; n_5=58; n_6=57; n_7=45; n_8=27; n_9=14; n_{10}=5.$$

11.

$$a=5; b=10; n_1=2; n_2=9; n_3=18; n_4=26; n_5=40; n_6=45; n_7=28; n_8=22; n_9=8; n_{10}=2.$$

12.

$$a=5,5; b=10,5; n_1=7; n_2=20; n_3=35; n_4=59; n_5=78; n_6=79; n_7=60; n_8=37; n_9=18; n_{10}=7.$$

13.

$$a=6; b=11; n_1=7; n_2=14; n_3=30; n_4=54; n_5=68; n_6=72; n_7=52; n_8=33; n_9=14; n_{10}=6.$$

14.

$$a=6,5; b=11,5; n_1=1; n_2=5; n_3=7; n_4=18; n_5=20; n_6=22; n_7=13; n_8=10; n_9=3; n_{10}=1.$$

15.

$$a=7; b=12; n_1=4; n_2=5; n_3=16; n_4=24; n_5=27; n_6=29; n_7=22; n_8=14; n_9=7; n_{10}=2.$$

16.

$$a=7,5; b=12,5; n_1=41; n_2=25; n_3=14; n_4=9; n_5=5; n_6=3; n_7=2; n_8=1; n_9=1; n_{10}=1.$$

17.

$$a=8; b=13; n_1=99; n_2=60; n_3=37; n_4=22; n_5=13; n_6=8; n_7=5; n_8=3; n_9=2; n_{10}=1.$$

18.

$$a=8,5; b=13,5; n_1=60; n_2=36; n_3=21; n_4=13; n_5=8; n_6=5; n_7=3; n_8=2; n_9=1; n_{10}=1.$$

19.

$$a=9; b=14; n_1=79; n_2=48; n_3=29; n_4=18; n_5=10; n_6=6; n_7=4; n_8=3; n_9=2; n_{10}=1.$$

20.

$$a=9,5; b=14,5; n_1=119; n_2=75; n_3=42; n_4=27; n_5=16; n_6=9; n_7=5; n_8=4; n_9=2; n_{10}=1.$$

21.

$$a=10; b=15; n_1=139; n_2=84; n_3=51; n_4=31; n_5=20; n_6=12; n_7=6; n_8=4; n_9=2; n_{10}=1.$$

22.

$$a=10,5; b=15,5; n_1=42; n_2=24; n_3=12; n_4=9; n_5=4; n_6=3; n_7=2; n_8=2; n_9=1; n_{10}=1.$$

23.

$$a=11; b=16; n_1=98; n_2=62; n_3=36; n_4=21; n_5=14; n_6=8; n_7=5; n_8=3; n_9=2; n_{10}=1.$$

24.

$$a=11,5; b=16,5; n_1=64; n_2=34; n_3=19; n_4=12; n_5=8; n_6=4; n_7=3; n_8=3; n_9=2; n_{10}=1.$$

25.

$$a=12; b=17; n_1=81; n_2=50; n_3=29; n_4=16; n_5=9; n_6=5; n_7=4; n_8=3; n_9=2; n_{10}=1.$$

26.

$$a=12,5; b=17,5; n_1=121; n_2=76; n_3=41; n_4=26; n_5=14; n_6=9; n_7=5; n_8=4; n_9=3; n_{10}=1.$$

27.

$$a=13; b=18; n_1=141; n_2=84; n_3=50; n_4=30; n_5=18; n_6=12; n_7=8; n_8=5; n_9=1; n_{10}=1.$$

28.

$$a=13,5; b=18,5; n_1=40; n_2=26; n_3=10; n_4=9; n_5=5; n_6=4; n_7=3; n_8=1; n_9=1; n_{10}=1.$$

29.

$$a=14; b=19; n_1=100; n_2=60; n_3=35; n_4=22; n_5=15; n_6=7; n_7=5; n_8=3; n_9=2; n_{10}=1.$$

30.

$$a=14,5; b=19,5; n_1=120; n_2=75; n_3=40; n_4=25; n_5=20; n_6=10; n_7=5; n_8=3; n_9=1; n_{10}=1.$$

Литература

по РГР 4.1, которую можно приобрести на кафедре высшей математики.

1. Ермаков В.В., Таташев А.Г. Методическое пособие по теории вероятностей и математической статистике.
2. Норкин С.Б., Калмыкова Р.Т., Киреева С.В. Лабораторный практикум по теории вероятностей и математической статистике на персональных ЭВМ.
3. Сорокин С.Н. Лабораторный практикум по теории вероятностей и математической статистике. Выпуск 2 (часть 1).
4. Студентам для подготовки к аттестации по курсу высшей математики. 4-й семестр. С использованием опыта тестирования зарубежных и отечественных вузов.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Таблица значений функции Лапласа $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{z^2}{2}} dz$

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0.00	0.0000	0.32	0.1255	0.64	0.2389	0.96	0.3315
0.01	0.0040	0.33	0.1293	0.65	0.2422	0.97	0.3340
0.02	0.0080	0.34	0.1331	0.66	0.2454	0.98	0.3365
0.03	0.0120	0.35	0.1368	0.67	0.2486	0.99	0.3389
0.04	0.0160	0.36	0.1406	0.68	0.2517	1.00	0.3413
0.05	0.0199	0.37	0.1443	0.69	0.2549	1.01	0.3438
0.06	0.0239	0.38	0.1480	0.7	0.258	1.02	0.3461
0.07	0.0279	0.39	0.1517	0.71	0.2611	1.03	0.3485
0.08	0.0319	0.4	0.1554	0.72	0.2642	1.04	0.3508
0.09	0.0359	0.41	0.1591	0.73	0.2673	1.05	0.3531
0.1	0.0398	0.42	0.1628	0.74	0.2703	1.06	0.3554
0.11	0.0438	0.43	0.1664	0.75	0.2734	1.07	0.3577
0.12	0.0478	0.44	0.17	0.76	0.2764	1.08	0.3599
0.13	0.0517	0.45	0.1736	0.77	0.2794	1.09	0.3621
0.14	0.0557	0.46	0.1772	0.78	0.2823	1.10	0.3643
0.15	0.0596	0.47	0.1808	0.79	0.2852	1.11	0.3665
0.16	0.0636	0.48	0.1844	0.8	0.2881	1.12	0.3686
0.17	0.0675	0.49	0.1879	0.81	0.291	1.13	0.3708
0.18	0.0714	0.5	0.1915	0.82	0.2939	1.14	0.3729
0.19	0.0753	0.51	0.195	0.83	0.2967	1.15	0.3749
0.2	0.0793	0.52	0.1985	0.84	0.2995	1.16	0.3770
0.21	0.0832	0.53	0.2019	0.85	0.3023	1.17	0.3790
0.22	0.0871	0.54	0.2054	0.86	0.3051	1.18	0.3810
0.23	0.091	0.55	0.2088	0.87	0.3078	1.19	0.3830
0.24	0.0948	0.56	0.2123	0.88	0.3106	1.2	0.3849
0.25	0.0987	0.57	0.2157	0.89	0.3133	1.21	0.3869
0.26	0.1026	0.58	0.219	0.9	0.3159	1.22	0.3883
0.27	0.1064	0.59	0.2224	0.91	0.3186	1.23	0.3907
0.28	0.1103	0.6	0.2257	0.92	0.3212	1.24	0.3925
0.29	0.1141	0.61	0.2291	0.93	0.3238	1.25	0.3944
0.3	0.1179	0.62	0.2324	0.94	0.3264		
0.31	0.1217	0.63	0.2357	0.95	0.3289		

ПРОДОЛЖЕНИЕ ПРИЛОЖЕНИЯ 1

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
1.26	0.3926	1.59	0.4441	1.92	0.4726	2.5	0.4938
1.27	0.398	1.6	0.4452	1.93	0.4732	2.52	0.4941
1.28	0.3997	1.61	0.4463	1.94	0.4738	2.54	0.4945
1.29	0.4015	1.62	0.4474	1.95	0.4744	2.56	0.4948
1.3	0.4032	1.63	0.4484	1.96	0.475	2.58	0.4951
1.31	0.4049	1.64	0.4495	1.97	0.4756	2.6	0.4953
1.32	0.4066	1.65	0.4505	1.98	0.4761	2.62	0.4956
1.33	0.4082	1.66	0.4515	1.99	0.4767	2.64	0.4959
1.34	0.4099	1.67	0.4525	2	0.4772	2.66	0.4961
1.35	0.4115	1.68	0.4535	2.02	0.4783	2.68	0.4963
1.36	0.4131	1.69	0.4545	2.04	0.4793	2.7	0.4965
1.37	0.4147	1.7	0.4554	2.06	0.4803	2.72	0.4967
1.38	0.4162	1.71	0.4564	2.08	0.4818	2.74	0.4969
1.39	0.4177	1.72	0.4573	2.1	0.4821	2.76	0.4971
1.4	0.4192	1.73	0.4582	2.12	0.483	2.78	0.4973
1.41	0.4207	1.74	0.4591	2.14	0.4838	2.8	0.4974
1.42	0.4222	1.75	0.4599	2.16	0.4846	2.82	0.4976
1.43	0.4236	1.76	0.4608	2.18	0.4854	2.84	0.4977
1.44	0.4251	1.77	0.4616	2.2	0.4861	2.86	0.4979
1.45	0.4265	1.78	0.4625	2.22	0.4868	2.88	0.498
1.46	0.4279	1.79	0.4633	2.24	0.4875	2.9	0.4981
1.47	0.4292	1.8	0.4641	2.26	0.4881	2.92	0.4982
1.48	0.4306	1.81	0.4649	2.28	0.4887	2.94	0.4984
1.49	0.4319	1.82	0.4656	2.3	0.4893	2.96	0.4985
1.5	0.4332	1.83	0.4664	2.32	0.4898	2.98	0.4986
1.51	0.4345	1.84	0.4671	2.34	0.4904	3	0.49865
1.52	0.4357	1.85	0.4678	2.36	0.4909	3.2	0.49931
1.53	0.437	1.86	0.4686	2.38	0.4913	3.4	0.49966
1.54	0.4382	1.87	0.4693	2.4	0.4918	3.6	0.499841
1.55	0.4394	1.88	0.4699	2.42	0.4922	3.8	0.499928
1.56	0.4406	1.89	0.4706	2.44	0.4927	4	0.499968
1.57	0.4418	1.9	0.4713	2.46	0.4931	4.5	0.499997
1.58	0.4429	1.91	0.4719	2.48	0.4934	5	0.499997

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Критические точки распределения χ^2

Число степеней свободы k	Уровень значимости α					
	0.01	0.025	0.05	0.95	0.975	0.99
1	6.6	5.0	3.8	0.0039	0.00098	0.00016
2	9.2	7.4	6	0.103	0.051	0.020
3	11.3	9.4	7.8	0.352	0.216	0.115
4	13.3	11.1	9.5	0.711	0.484	0.297
5	15.1	12.8	11.1	1.15	0.831	0.554
6	16.8	14.4	12.6	1.64	1.24	0.872
7	18.5	16	14.1	2.17	1.69	1.24
8	20.1	17.5	15.5	2.73	2.18	1.65
9	21.7	19	16.9	3.33	2.7	2.09
10	23.2	20.5	18.3	3.94	3.25	2.56
11	24.7	21.9	19.7	4.57	3.82	3.05
12	26.2	23.3	21.0	5.23	4.4	3.57
13	27.7	24.7	22.4	5.89	5.01	4.11
14	29.1	26.1	23.7	6.57	5.63	4.66
15	30.6	27.5	25	7.26	6.26	5.23
16	32	28.8	26.3	7.96	6.91	5.81
17	33.4	30.2	27.6	8.67	7.56	6.41
18	34.8	31.5	28.9	9.39	8.23	7.01
19	36.2	32.9	30.1	10.1	8.91	7.63
20	37.6	34.2	31.4	10.9	9.59	8.26
21	38.9	35.5	32.7	11.6	10.3	8.9
22	40.3	36.8	33.9	12.3	11	9.54
23	41.6	38.1	35.2	13.1	11.7	10.2
24	43	39.4	36.4	13.8	12.4	10.9
25	44.3	40.6	37.7	14.6	13.1	11.5
26	45.6	41.9	38.9	15.4	13.8	12.2
27	47.0	43.2	40.1	16.2	14.6	12.9
28	48.3	44.5	41.3	16.9	15.3	13.6
29	48.2	45.7	42.6	17.7	16	14.3
30	50.9	47.0	43.8	18.5	16.8	15

Таблица вариантов

B	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	
1	6	9	17	26	9	21	18	6	27	2	13	9	13	4	8	8	23	16	16	6	9	17	26	9	7	24	15	
2	15	14	10	4	9	24	8	27	28	16	9	3	14	4	12	12	2	23	2	14	10	4	9	24	15	6	17	
3	23	2	22	25	14	5	21	23	25	29	20	20	15	4	28	7	26	10	17	25	14	5	21	23	18	6	28	
4	3	24	6	28	23	3	27	2	12	9	24	4	23	29	3	29	29	22	20	6	9	17	26	9	26	10	18	
5	17	21	24	8	25	19	30	14	26	30	23	12	22	22	24	15	27	21	15	14	10	4	9	24	15	6	10	
6	21	18	3	14	5	18	9	3	1	7	16	28	18	30	16	30	26	10	11	18	3	14	5	18	5	21	2	
7	24	17	19	13	14	28	18	21	16	23	22	21	12	19	2	22	7	7	12	19	13	14	28	18	14	5	22	
8	8	13	30	12	24	7	20	19	10	15	18	15	4	23	4	24	4	29	25	30	12	24	7	20	14	15	11	
9	11	22	7	19	7	26	20	22	18	25	5	12	10	13	5	2	23	2	6	25	14	5	21	23	15	6	6	
10	9	9	27	8	29	28	17	20	17	5	14	10	19	8	21	28	1	12	29	9	9	27	8	29	14	20	4	
11	10	1	12	26	21	7	17	23	21	21	19	23	3	8	5	7	29	24	22	1	12	26	21	7	14	16	16	
12	14	1	12	16	6	11	23	14	29	9	4	30	15	26	29	19	13	3	17	18	3	14	5	18	15	6	12	
13	28	23	16	5	18	27	14	25	5	13	27	4	10	22	5	23	24	4	14	30	12	24	7	20	14	21	23	
14	27	21	22	22	14	13	26	27	20	9	2	7	9	9	26	10	23	2	28	9	9	27	8	29	18	6	2	
15	12	12	22	24	4	14	9	16	3	3	21	24	14	7	3	27	17	13	12	19	13	14	28	18	26	10	18	
16	6	9	27	7	13	26	21	25	15	17	30	12	14	28	16	21	5	4	23	1	12	26	21	7	5	21	11	
17	8	3	6	12	10	5	30	3	4	22	21	27	28	30	29	9	9	19	27	9	27	8	29	15	6	8		
18	9	19	2	3	28	16	20	29	3	19	23	10	13	30	18	19	15	23	19	3	28	16	20	29	14	13	12	
19	8	1	20	16	19	21	16	18	11	20	24	21	12	12	5	13	25	8	15	12	9	19	2	3	13	5	7	
20	3	5	4	2	21	13	21	28	17	11	29	3	8	14	17	27	29	28	29	30	12	24	7	20	11	15	14	
21	14	1	7	23	17	19	21	7	14	30	27	11	26	20	11	24	26	8	27	1	12	26	21	7	14	21	26	
22	3	28	16	20	29	29	18	29	2	11	14	21	8	22	3	9	15	21	14	22	3	28	16	20	14	24	8	
23	22	28	6	8	22	1	1	18	6	15	25	29	7	24	14	25	18	27	11	3	28	16	20	29	15	6	5	
24	23	22	19	27	27	4	20	14	23	29	17	2	27	11	29	9	1	13	4	14	19	13	14	28	18	4	15	
25	22	29	15	23	5	3	9	13	11	10	13	12	2	18	25	29	25	19	29	3	28	16	20	29	18	6	22	
26	28	23	19	23	21	14	30	26	26	23	28	12	23	9	7	20	13	25	25	22	29	15	23	3	26	10	20	
27	12	9	15	13	11	19	18	29	4	15	30	4	7	25	12	8	15	2	8	28	23	19	23	21	5	21	16	
28	26	19	25	27	15	8	21	10	19	20	15	22	18	2	30	25	12	25	17	3	28	16	20	29	1	25	20	
29	8	15	23	30	9	30	24	6	2	30	12	11	14	6	21	24	25	3	30	3	28	16	20	29	14	12	20	
30	10	11	15	17	23	1	22	19	23	8	10	24	2	3	29	25	14	20	28	22	29	15	23	5	12	15	13	
31	5	5	13	16	9	7	21	26	21	9	24	23	19	10	1	3	20	4	21	28	23	19	23	21	17	23	29	
32	30	14	23	16	6	25	30	4	11	24	19	23	13	6	28	9	14	24	3	25	4	13	13	14	15	21	5	
33	17	27	19	28	16	14	30	13	30	5	27	11	2	4	18	5	17	3	11	22	29	15	23	12	15	6	19	
34	22	7	21	6	1	2	17	4	21	1	4	20	3	24	30	21	5	23	5	28	23	19	23	21	14	17	21	
35	8	23	15	2	25	4	13	13	14	5	14	4	28	16	25	19	18	5	6	29	13	18	9	17	14	5	12	
36	29	13	18	9	17	14	6	24	2	10	5	4	27	9	4	19	21	25	12	10	13	11	11	26	18	6	8	
37	11	26	20	5	4	28	25	18	6	1	21	6	19	28	10	4	5	27	7	21	25	12	10	13	5	21	15	
38	21	10	14	2	1	24	28	12	5	9	26	13	23	14	30	2	9	17	18	25	4	13	13	14	13	25	13	
39	2	2	8	20	23	10	22	19	29	15	26	6	11	24	3	18	18	25	26	29	13	18	9	17	14	17	7	
40	15	10	13	11	11	26	28	25	30	12	30	26	10	5	17	14	21	3	2	10	13	11	11	26	8	29	28	
41	21	30	17	2	14	9	26	16	26	24	2	15	10	5	7	11	20	24	10	21	25	12	10	13	14	12	2	
42	11	1	8	13	1	15	20	8	18	18	16	5	30	7	18	7	10	15	7	29	13	18	9	17	1	15	23	
43	29	10	7	29	17	20	28	21	15	16	4	14	1	23	8	30	4	29	17	10	13	11	11	26	16	21	8	
44	25	15	16	30	6	21	20	1	21	20	17	13	14	4	4	15	25	25	2	20	25	4	13	13	14	15	6	16
45	30	2	20	9	30	18	1	5	11	7	12	1	22	6	14	17	17	7	22	21	25	12	10	13	7	13	9	
46	21	24	8	20	2	20	22	20	21	14	13	26	30	8	12	3	20	19	2	8	20	2	20	22	12	9	20	
47	13	21	9	6	12	15	25	21	8	20	21	20	23	15	6	16	1	29	3	23	19	16	8	20	26	10	2	
48	22	10	26	1	26	20	6	22	25	20	15	15	30	5	3	19	19	20	2	15	15	18	27	21	5	21	20	
49	29	9	28	24	14	5	26	1	10	9	28	19	3	8	17	21	3	2	29	23	11	1	8	13	11	23	20	
50	14	24	13	7	9	17	2	24	10	18	2	13	21	18	6	8	13	13	4	23	19	16	8	20	4	12	26	
51	26	6	30	8	29	21	13	1	15	26	20	10	29	2	22	28	24	6	26	15	15	18	27	21	8	29	14	
52	12	29	8	29	6	27	19	20	13	22	19	14	14	10	26	14	17	23	11	8	20	2	20	22	11	2	16	
53	21	16	10	11	29	18	23	23	24	12	20	29	15	6	24	15	15	18	27	21	25	12	10	13	18	9	24	
54	5	19	22	26	22	23	10	28	4	11	1	20	8	30	23	6	16	4	18	23	19	16	8	20	15	6	15	
55	15	15	2	16	15	16	21	15	21	24	11	14	23	28	23	10	14	9	9	23	11	1	8	13	18	15	8	
56	20	8	16	22	27	16	3	3	11	26	23	19	18	18	14	10	21	23	26	14	26	6						

B	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
60	27	20	21	16	17	1	30	13	14	27	28	25	10	2	15	12	23	19	16	8	20	2	20	22	18	12	9
61	3	24	22	29	23	28	29	23	21	25	27	13	2	13	6	25	17	14	8	14	26	6	30	8	26	10	30
62	13	23	19	11	6	20	9	15	5	27	27	19	17	21	7	27	8	17	4	29	22	20	6	9	15	6	2
63	22	14	19	23	22	5	14	6	21	7	13	23	22	19	18	5	26	28	29	23	11	1	8	13	18	6	10
64	12	14	6	15	17	26	22	25	21	27	27	20	29	20	23	27	20	23	26	15	2	16	15	16	5	21	7
65	21	28	4	1	8	22	30	2	4	27	22	19	1	17	4	23	21	22	7	30	11	23	11	1	17	3	3
66	9	10	3	21	12	24	13	25	20	26	21	29	17	21	26	28	24	10	13	20	8	1	27	13	4	15	23
67	23	17	8	8	2	24	30	17	18	11	28	12	4	2	6	7	10	20	23	23	14	6	10	19	16	9	23
68	20	16	9	14	1	29	27	1	25	5	15	11	21	14	5	9	22	26	10	4	21	21	13	19	11	15	6
69	11	14	26	11	18	18	5	18	25	23	23	21	22	1	24	26	18	9	3	1	2	4	12	11	18	7	21
70	30	19	17	11	24	21	8	3	27	26	4	26	22	19	2	6	9	5	21	19	17	11	24	21	17	15	13
71	2	6	27	15	18	30	19	28	29	18	25	4	1	18	4	9	26	28	27	10	19	30	4	13	16	9	27
72	20	27	6	23	4	4	4	26	11	23	1	5	7	13	5	8	25	7	17	4	28	6	18	23	26	10	25
73	27	18	8	5	30	1	15	4	8	16	5	1	23	27	3	25	19	5	22	8	5	30	1	15	18	6	22
74	17	1	18	15	16	19	30	11	9	20	27	20	18	8	9	16	20	19	28	3	9	8	20	15	5	21	8
75	29	3	4	7	29	26	20	6	27	1	28	16	13	9	23	11	17	27	12	9	14	3	14	3	1	9	13
76	10	27	8	3	9	8	20	15	12	26	6	21	2	30	11	10	1	30	11	27	9	11	15	14	13	15	24
77	10	1	2	4	12	11	30	13	8	22	22	23	25	13	22	15	1	14	6	3	9	8	20	15	19	8	6
78	10	4	28	6	18	23	29	4	2	28	16	6	24	9	5	27	29	30	12	9	14	3	14	3	13	15	17
79	26	17	7	28	10	19	11	20	8	4	25	11	29	3	1	22	7	15	21	4	21	21	13	19	12	7	22
80	19	30	4	13	27	17	1	10	27	13	15	9	26	29	21	30	16	23	12	3	9	8	20	15	1	15	10
81	6	9	17	26	9	21	18	6	27	2	13	9	13	4	8	8	23	16	16	27	9	11	15	14	9	7	15
82	15	14	10	4	9	24	8	27	28	16	9	3	14	4	12	12	2	23	2	4	28	6	18	23	26	10	17
83	23	2	22	25	14	5	21	23	25	29	20	20	15	4	28	7	26	10	17	29	22	20	6	9	15	6	28
84	3	24	6	28	23	3	27	2	12	9	24	4	23	29	3	29	29	22	20	9	14	3	14	3	18	6	18
85	17	21	24	8	25	19	30	14	26	30	23	12	22	22	24	15	27	21	15	15	2	16	15	16	8	29	10
86	21	18	3	14	5	18	9	3	1	7	16	28	18	30	16	30	26	10	11	30	11	23	11	1	14	7	2
87	24	17	19	13	14	28	18	21	16	23	22	21	12	19	2	22	7	7	12	20	8	1	27	13	14	9	22
88	8	13	30	12	24	7	20	19	10	15	18	15	4	23	4	24	4	29	25	23	14	6	10	19	14	3	11
89	11	22	7	19	7	26	20	22	18	25	5	12	10	13	5	2	23	2	6	3	9	8	20	15	12	15	6
90	16	4	5	19	9	20	28	22	11	14	8	11	23	9	23	9	21	12	10	1	2	4	12	11	14	21	27
91	9	14	3	14	3	16	29	20	8	17	5	29	28	27	22	1	15	14	10	19	17	11	24	21	12	3	3
92	22	16	11	9	17	21	23	18	28	13	29	23	4	17	9	17	3	11	6	10	19	30	4	13	4	5	3
93	8	24	5	5	8	9	10	19	9	4	8	28	19	14	18	23	2	4	20	27	9	11	15	14	26	10	28
94	15	12	27	27	5	14	11	12	15	5	19	20	11	20	22	12	21	8	11	8	5	30	1	15	5	21	2
95	1	5	12	14	29	20	7	18	22	29	18	3	8	6	2	24	5	26	1	23	11	1	8	13	15	2	10
96	27	27	9	11	15	14	23	6	20	5	17	1	18	21	21	13	26	1	3	4	13	27	17	1	4	15	19
97	25	26	16	22	12	9	11	16	13	22	24	2	28	23	8	17	7	12	10	27	9	11	15	14	9	7	18
98	1	16	26	9	14	17	9	12	7	11	16	20	23	7	10	11	7	18	26	27	5	14	11	12	17	9	17
99	1	6	2	25	19	15	2	18	4	5	18	12	18	5	22	24	16	8	20	18	3	13	1	22	12	14	7
100	3	18	5	23	16	19	3	18	7	13	25	1	18	26	20	5	3	14	19	9	10	19	9	4	12	9	18
101	13	16	7	4	5	15	3	29	10	10	15	15	22	26	20	2	11	15	26	18	3	13	1	22	18	15	5
102	13	23	26	2	17	2	3	24	8	8	2	16	10	16	21	6	18	9	12	4	13	27	17	1	11	8	16
103	25	21	13	12	16	24	22	1	13	15	4	5	21	10	11	27	20	16	21	4	28	6	18	23	8	29	9
104	23	14	6	10	19	28	16	23	9	29	5	4	15	16	5	2	19	1	29	27	5	14	11	12	15	6	29
105	25	24	2	7	16	28	12	15	10	18	13	20	3	5	24	17	13	1	10	18	3	13	1	22	18	6	24
106	16	18	3	13	1	22	6	20	20	18	8	25	28	8	13	23	5	25	4	13	27	17	1	5	21	6	
107	4	21	21	13	19	23	8	23	16	18	7	22	12	24	4	13	12	15	14	30	11	23	11	1	8	29	29
108	13	26	13	20	8	1	27	13	5	24	10	29	2	28	14	16	17	9	8	20	8	1	27	13	14	5	7
109	16	20	23	25	17	21	3	13	16	11	6	19	10	25	13	3	24	3	23	23	14	6	10	19	8	29	18
110	30	19	17	11	24	21	8	3	27	26	4	26	22	19	2	6	9	5	21	4	21	21	13	19	12	4	13
111	2	6	27	15	18	30	19	28	29	18	25	4	1	18	4	9	26	28	27	1	2	4	12	11	14	12	27
112	20	27	6	23	4	4	4	26	11	23	1	5	7	13	5	8	25	7	17	19	17	11	24	21	1	13	25
113	27	18	8	5	30	1	15	4	8	16	5	1	23	27	3	25	19	5	22	10	19	30	4	13	7	15	22
114	17	1	18	15	16	19	30	11	9	20	27	20	18	8	9	16	20	19	28	4	28	6	18	23	15	19	8
115	29	3	4	7	29	26	20	6	27	1	28	16	13	9	23	11	17	27	12	29	22	20	6	9	26	10	13
116	10	27	8	3	9	8	20	15																			